

## 第8章 明渠流动 (Open Channel Flows)

明渠流又称无压流。

### 8.1 明渠流动概述

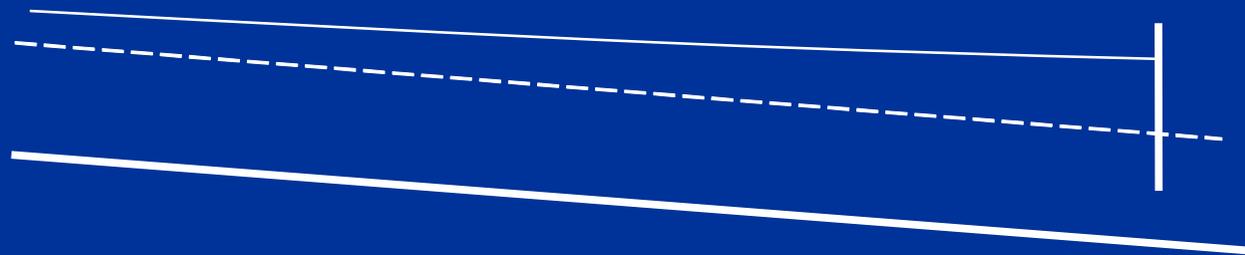
#### 8.1.1 明渠流动的特点

(1) 明渠流动具有自由液面，沿程各过流断面的表面压强均为大气压，重力对流动起主导作用。

(2) 明渠渠底坡度的改变对流动有直接影响。

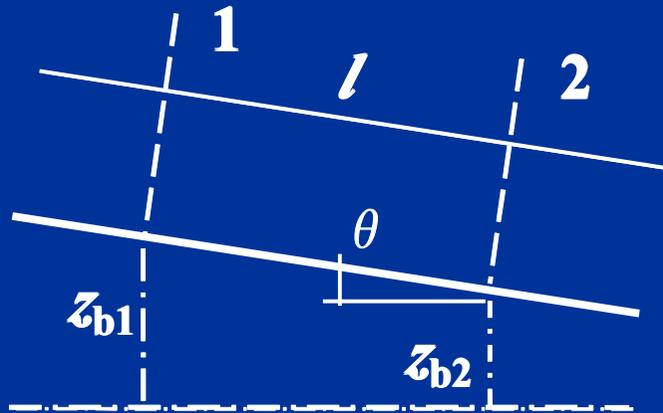


(3) 局部边界的变化将在很大范围内影响流动。



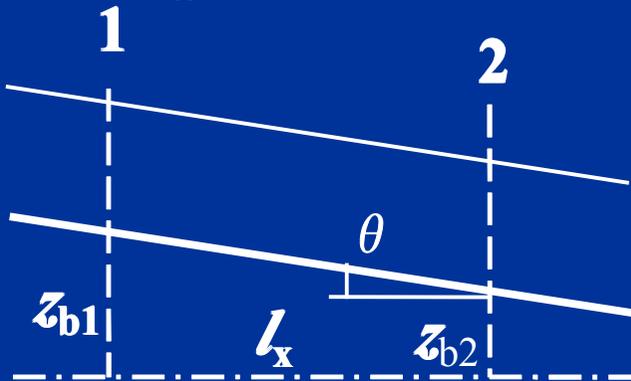
### 8.1.2 底坡

明渠渠底与沿流线方向纵剖面的交线称为底线。底线沿流程单位长度的高度降低值称为渠道的纵坡或**底坡** (slope)，以符号  $i$  表示。



$$i = \frac{z_{b1} - z_{b2}}{l} = \sin\theta$$

通常渠道底线与水平线夹角  $\theta$  很小，为便于量测与计算，以水平距离  $l_x$  代流程长度  $l$ ，以铅垂断面代替过流断面，即



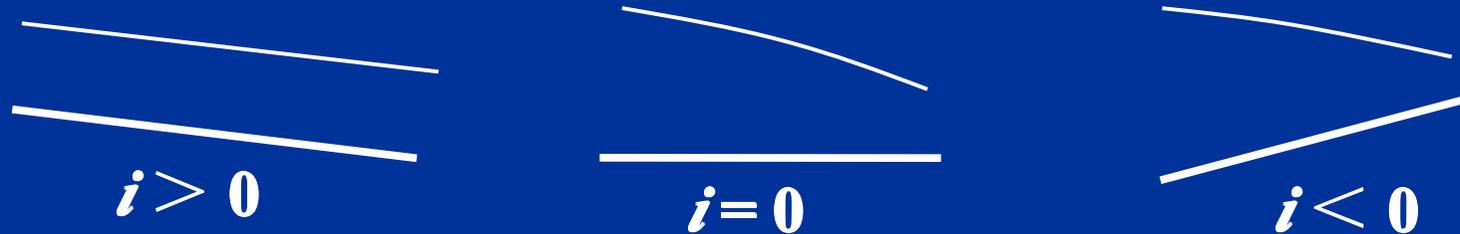
$$i = \frac{z_{b1} - z_{b2}}{l_x} = \tan\theta$$

底坡共分为三种类型：

底线沿程降低， $i > 0$ ，称为正底坡或顺坡（slope）；

底线沿程不变， $i = 0$ ，称为平坡（horizontal bed）；

底线沿程升高， $i < 0$ ，称为反底坡或逆坡（adverse slope）。



### 8.1.3 棱柱形渠道与非棱柱形渠道

断面形状与尺寸沿程不变的渠道称为**棱柱形渠道**；否则为非棱柱形渠道。

棱柱形渠道的过水断面面积只随水深而变化，即 $A = f(h)$ ；而非棱柱形渠道的过水断面面积既随水深而变化，又随断面位置而变，即 $A = f(h, s)$ 。

## 8.2 明渠均匀流

明渠均匀流是指流线为平行直线的明渠水流。

### 7.2.1 明渠均匀流形成的条件及特征

设一明渠均匀流，列1-2断面伯努利方程

$$(h_1 + \Delta z) + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_f$$

式中

$$h_1 = h_2 = h_0 \quad p_1 = p_2 = 0$$

$$v_1 = v_2 \quad \alpha_1 = \alpha_2 \quad h_f = h_f$$

于是有

$$\Delta z = h_f$$

表示重力势能全部用来克服水头损失。

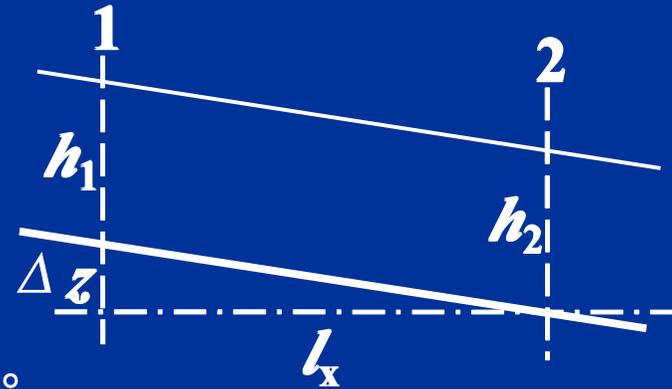
上式除以流程  $l_x$ ，得

$$\frac{\Delta z}{l_x} = \frac{h_f}{l_x}$$

或

$$i = J$$

表明，明渠均匀流只能产生在流动边界不变的顺坡渠道中。



由于明渠均匀流是等深流动，水面线即测压管水头线与渠底线平行，二者坡度相等，即

$$J_p = i$$

明渠均匀流又是等速流，各断面流速水头相等，水面线即测压管水头线与总水头线平行，二者坡度相等，即

$$J_p = J$$

于是有明渠均匀流特征为：

$$i = J_p = J$$

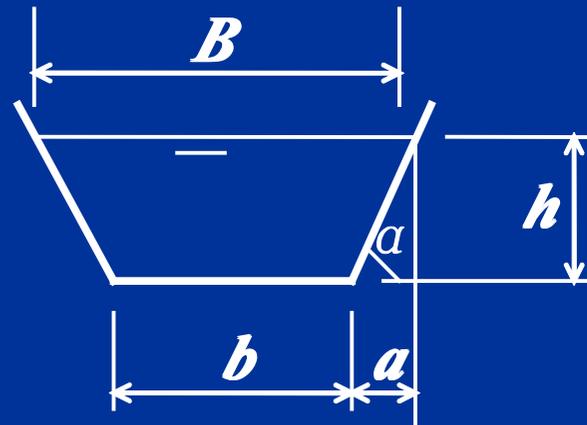
### 8.2.2 过水断面的几何要素 以梯形断面为例：

基本量：

$b$ —底宽；

$h$ —水深，均匀流以  $h_N$  表示；

$m$ —边坡系数，表示边坡的倾斜程度， $m = a/h = \cot \alpha$ 。



导出量：

$B$ —水面宽

$$B = b + 2mh$$

$A$ —过流断面面积

$$A = (b + mh)h$$

$P$ —湿周

$$P = b + 2h\sqrt{1 + m^2}$$

$R$ —水力半径

$$R = \frac{A}{P}$$

### 8.2.3 明渠均匀流的基本公式

谢才公式

$$v = C\sqrt{RJ}$$

根据明渠均匀流的特征，即水力坡度等于底坡，谢才公式可为

$$v = C\sqrt{Ri}$$

或

$$Q = Av = AC\sqrt{Ri} = K\sqrt{i}$$

其中  $K$  称为**流量模数**。

## 8.2.4 明渠均匀流的水力计算

明渠均匀流的水力计算也可分为三类问题：

第一类问题是验算渠道的输水能力。鉴于渠道已建成，断面形状与尺寸、壁面材料以及底坡均为已知，只需算出  $K$  值，代入基本公式即可求得流量

$$Q = K \sqrt{i}$$

第二类问题是确定渠道底坡。根据所要求的流量以及渠道的具体情况（断面形状与尺寸及壁面材料等），算出  $K$  值，代入基本公式即可求得底坡

$$i = \frac{Q^2}{K^2}$$

第三类问题是设计渠道断面。根据所要求流量  $Q$ ，地势情况  $i$ ，材料情况  $m$  与  $n$ ，设计渠道的底宽  $b$  与水深  $h$ 。

由于所求未知量为两个，而基本方程只有一个，因此需要补充求解条件。

- (1) 给定水深  $h$ ，求解相应的底宽  $b$ 。
- (2) 给定底宽  $b$ ，求解相应的水深  $h$ 。
- (3) 补充宽深比  $\beta = b/h$ ，与基本方程联立求解  $b$  与  $h$ 。  
大型渠道的宽深比由综合经济技术比较给出。  
小型渠道按水力最优条件给出，即

$$\beta = \beta_h = \left(\frac{b}{h}\right)_h = 2\left(\sqrt{1+m^2} - m\right)$$

- (4) 限定允许流速，联立求解  $b$  与  $h$ 。

由

$$A = \frac{Q}{v_{\max}}$$

$$R = \left(\frac{nv_{\max}}{i^{1/2}}\right)^{3/2}$$

$$P = \frac{A}{R}$$

建立方程组

$$A = (b + mh)h$$

$$P = b + 2h\sqrt{1+m^2}$$

联立求解  $b$  与  $h$ 。

## 8.2.5 水力最优断面与设计流速

### (1) 水力最优断面

将曼宁公式代入明渠均匀流基本公式

$$Q = AC\sqrt{Ri} = \frac{1}{n} AR^{2/3} i^{1/2} = \frac{1}{n} \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} i^{1/2}$$

上式说明了明渠均匀流输水能力的影响因素。其中底坡  $i$  取决于地形，粗糙系数  $n$  取决于壁面材料。因此，输水能力  $Q$  只决定于过流断面的大小和形状。当  $i$ 、 $n$  和  $A$  一定，使所通过的流量  $Q$  最大的断面形状，或者使水力半径  $R$  最大，即湿周  $P$  最小的断面形状定义为水力最优断面。

通常，梯形渠道的边坡系数  $m$  取决于土质情况，渠道断面的形状则只由其宽深比  $b/h$  决定。

将梯形断面渠道过流断面面积表达式代入湿周表达式

$$A = (b + mh)h$$

$$P = b + 2h\sqrt{1 + m^2}$$

得

$$P = \frac{A}{h} - mh + 2h\sqrt{1+m^2}$$

水力最优断面指面积  $A$  一定时，湿周  $\chi$  最小的断面。对上式求极值得湿周最小时的宽深比，即水力最优断面宽深比

$$\beta_h = \left(\frac{b}{h}\right)_h = 2\left(\sqrt{1+m^2} - m\right)$$

上式中若边坡系数  $m = 0$ ，得矩形断面水力最优宽深比

$$\beta_h = 2$$

或

$$b = 2h$$

将水力最优条件代入梯形断面水力半径表达式，得

$$R_h = \frac{h}{2}$$

## (2) 渠道的设计流速

$$v_{\max} > v > v_{\min}$$

$v_{\max}$  — 渠道不被冲刷最大设计流速；

$v_{\min}$  — 渠道不被淤积最小设计流速。

### 8.3 无压圆管均匀流

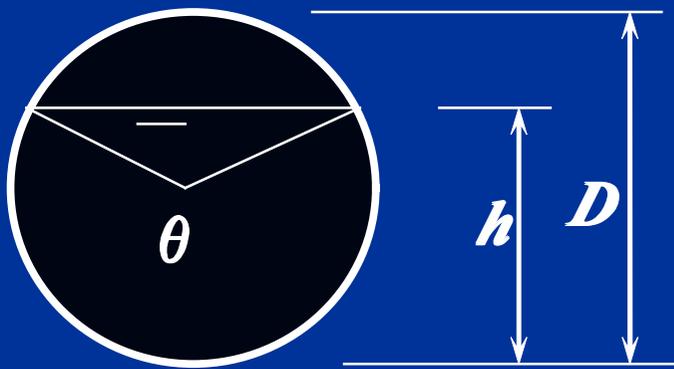
无压圆管均匀流指圆形断面管道中具有自由液面的流线为平行直线的非满管水流。

(1) 特征与水力计算  
与梯形断面相同，即

$$i = J_p = J$$

$$Q = AC\sqrt{Ri}$$

(2) 过水断面的几何要素



基本量

$D$ —直径

$h$ —水深

$\alpha$ —充满度，

$\theta$ —充满角，

$$\alpha = h / D$$

$$\alpha = \sin^2 \frac{\theta}{4}$$

## 导出量

$A$ —过流断面面积

$$A = \frac{D^2}{8} (\theta - \sin \theta) = f(\alpha)$$

$P$ —湿周

$$P = \frac{D}{2} \theta$$

$R$ —水力半径

$$R = \frac{D}{4} \left( 1 - \frac{\sin \theta}{\theta} \right) = f(\alpha)$$

### (3) 无压圆管的水力计算

1) 验算输水能力

$$Q = AC \sqrt{Ri}$$

2) 确定管道底坡

$$i = \frac{Q^2}{K^2}$$

3) 设计管道直径

$$Q = AC \sqrt{Ri} = f(D)$$

## (4) 输水性能最优充满度

流量最大水力最优

$$\theta_h = 308^\circ$$

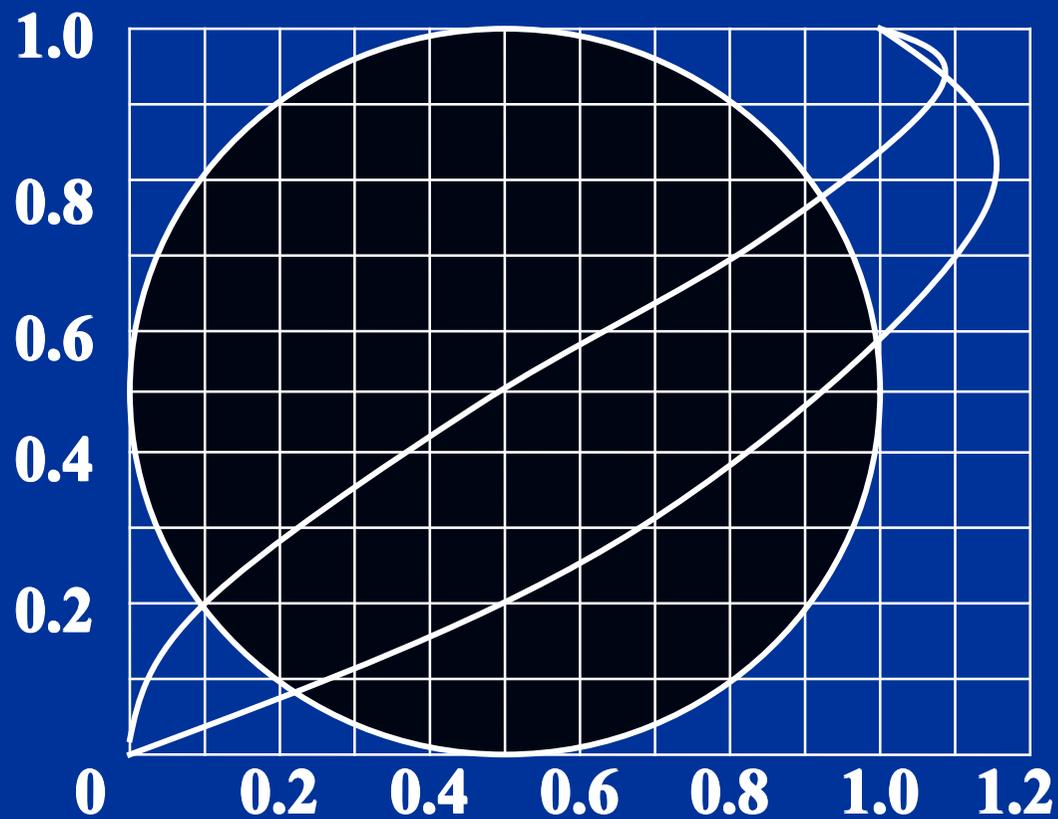
$$\alpha_h = 0.95$$

流速最大水力最优

$$\theta_h = 257.5^\circ$$

$$\alpha_h = 0.81$$

$$\alpha = \frac{h}{D}$$



$$\frac{Q}{Q_0}$$

$$\frac{v}{v_0}$$

$Q_0$  与  $v_0$  分别为满管时的流量与流速。

## 8.4 明渠非均匀流基本概念

明渠水流在流动过程中，由于流速的不同，或水流势能与动能的关系，也存在着两种不同的流动状态——急流与缓流。

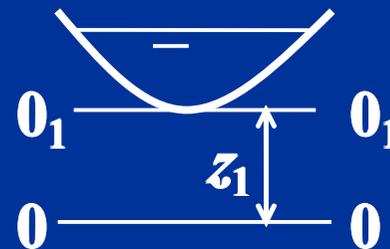
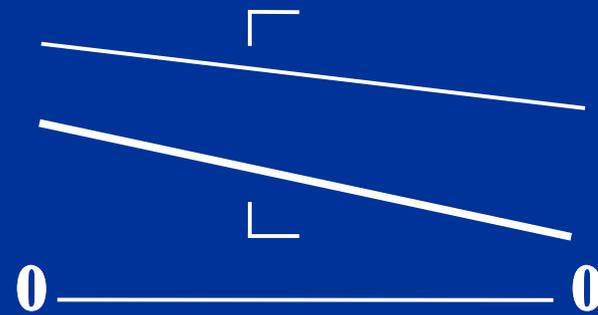
### 8.4.1 断面单位能量与临界水深

设明渠非均匀渐变流。

某断面相对于基准面单位重量流体的机械能为

$$E = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g}$$

若将基准面提高  $z_1$ ，使其通过该断面的最低点，于是单位重量流体相对于河底基准面  $0_1-0_1$  的机械能就为



$$e = h + \frac{\alpha v^2}{2g}$$

式中  $e$  称为断面单位能量，或断面比能 (*specific energy*)， $h$  为该断面的水深。

对于棱柱型渠道，流量一定时，断面单位能量将随水深的变化而变化。即

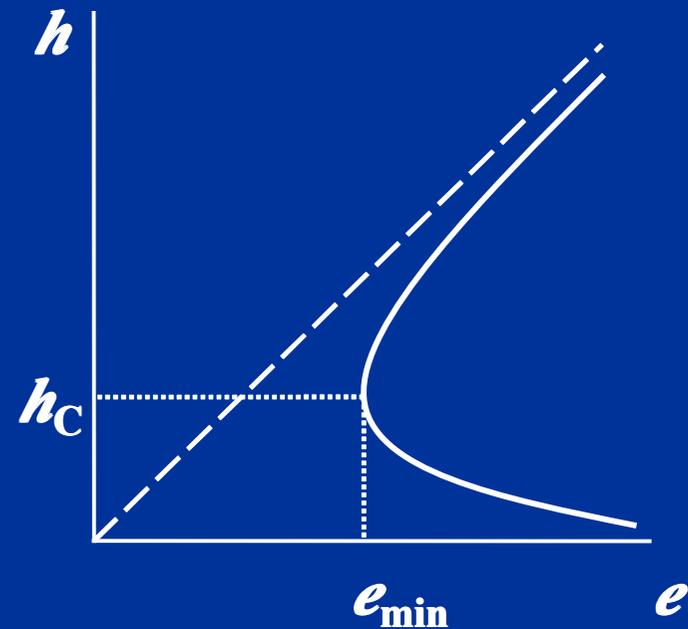
$$e = h + \frac{\alpha v^2}{2g} = h + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} = f(h)$$

在  $e-h$  坐标系中，当

$$h \rightarrow 0 \text{ 时 } e \approx \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \rightarrow \infty$$

$$h \rightarrow \infty \text{ 时 } e \approx h \rightarrow \infty$$

曲线两端均趋于无穷，曲线必存在极小值  $e_{\min}$ 。断面单位能量的极小值对应的水深为临界水深。



从曲线中可以看出，断面单位能量最小值将曲线分为两支。  
上支表现为断面单位能量随水深的增加而增加，即

$$\frac{de}{dh} > 0$$

水流势能占主导地位，流动为缓流；

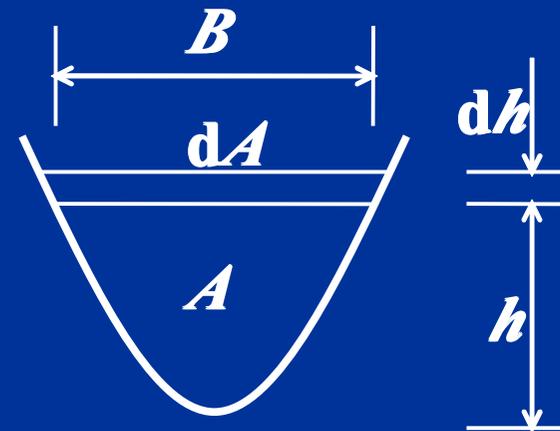
下支则表现为断面单位能量随水深的增加而减小，即

$$\frac{de}{dh} < 0$$

水流动能占主导地位，流动为急流。

将断面单位能量表达式对水深求极值，得临界水深。

$$\frac{de}{dh} = 1 - \frac{\alpha Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dh} = 1 - \frac{\alpha Q^2}{gA^3} B = 0$$



若以 $A_C$ 、 $B_C$ 分别表示以临界水深 $h_C$ 计算的过流断面面积和水面宽度，则得**临界水深计算公式**

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{A_C^3}{B_C}$$

特别对于矩形断面渠道

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{(bh_C)^3}{b} = b^2 h_C^3$$

或

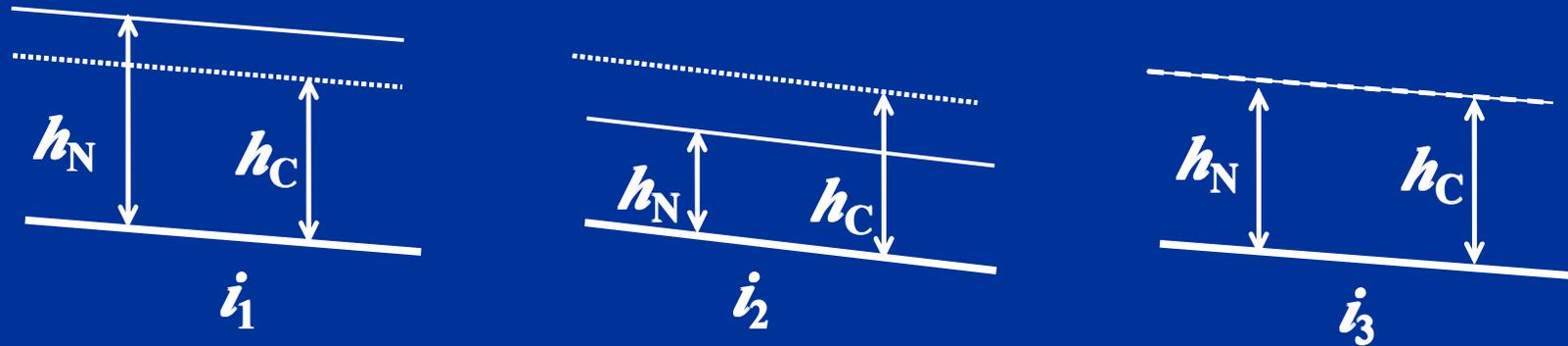
$$h_C = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gb^2}} = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}}$$

式中 $q$ 为**单宽流量**。

### 8.4.2 临界底坡

**根据明渠均匀流基本公式—谢才公式**，在流量一定、断面形状尺寸与壁面粗糙一定的棱柱形渠道中，均匀流水深即**正常水深 $h_N$** 的大小取决于渠道的底坡 $i$ 。 $i$ 越大， $h_0$ 越小，相反， $i$ 越小， $h_0$ 越大。

鉴于**临界水深不随底坡而变**，随着底坡的变化，正常水深与临界水深之间的关系也将随之而变，即



当正常水深等于临界水深时，相应的渠道底坡称为临界底坡。

根据临界水深公式与明渠均匀流公式

$$Q = A_C C_C \sqrt{R_C i}$$

和

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{A_C^3}{B_C}$$

解得临界底坡为

$$i = \frac{g}{\alpha C_C^2} \frac{P_C}{B_C}$$

式中  $A_C$ 、 $C_C$ 、 $P_C$ 、 $B_C$  分别为用临界水深计算的过流断面面积、谢才系数、湿周和水面宽度。

与临界底坡相比较，渠道的实际底坡又可分为三种情况：  
 $i < i_c$ 为缓坡； $i > i_c$ 为陡坡或急坡； $i = i_c$ 为临界坡。

### 8.4.3 流态判别

#### (1) 用水深判别

凡水深大于临界水深者，即  $h > h_c$ ，水流为缓流；

凡水深小于临界水深者，即  $h < h_c$ ，水流为急流；

凡水深等于临界水深者，即  $h = h_c$ ，水流则为临界流。

#### (2) 用弗汝德数判别

由 
$$\frac{de}{dh} = 1 - \frac{\alpha Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dh} = 1 - \frac{\alpha Q^2}{gA^3} B = 0$$

得 
$$\frac{de}{dh} = 1 - \frac{\alpha v^2}{gA} B = 1 - \frac{\alpha v^2}{g \frac{A}{B}} = 1 - \frac{\alpha v^2}{gh_m} = 1 - Fr = 0$$

式中  $Fr$  为弗汝德数， $h_m$  为平均水深，于是当

$\frac{de}{dh} > 0$  或  $Fr < 1$  时，水流为缓流；

$\frac{de}{dh} < 0$  或  $Fr > 1$  时，水流为急流；

$\frac{de}{dh} = 0$  或  $Fr = 1$  时，水流为临界流。

### (3) 用底坡判别

当流动为均匀流时，还可用底坡判别流态。

$i < i_c$ ， $h_N > h_c$ ，均匀流为缓流；

$i > i_c$ ， $h_N < h_c$ ，均匀流为急流；

$i = i_c$ ， $h_N = h_c$ ，均匀流为临界流。

### (4) 用扰动波判别

**【例 1】** 梯形断面渠道，底宽  $b = 5\text{m}$ ，边坡系数  $m = 1.0$ ，通过流量  $Q = 8.0\text{m}^3/\text{s}$ ，试求临界水深。

**【解】**

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{B_c}$$

其中

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{1.0 \times (8.0\text{m}^3/\text{s})^2}{9.8\text{m}/\text{s}^2} = 6.53 \text{ m}^5$$

试算

$$\frac{A_c^3}{B_c} = \frac{[(b + mh_c)h_c]^3}{b + 2mh_c} = 6.53 \text{ m}^5$$

得

$$h_c = 0.61 \text{ m}$$

**【例 2】** 矩形断面渠道。底宽  $b = 1\text{m}$ ，粗糙系数  $n = 0.014$ ，底坡  $i = 0.0004$ ，正常水深  $h_N = 0.6\text{m}$ ，试判别流态。

**【解】**

$$R = \frac{bh_N}{b + 2h_N} = 0.273 \text{ m}$$

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} = 57.5 \text{ m}^{0.5} / \text{s}$$

于是  $v = C\sqrt{Ri} = 57.5 \text{ m}^{0.5} / \text{s} \sqrt{0.273 \text{ m} \times 0.0004} = 0.6 \text{ m/s}$

(1) 用弗汝德数判别

$$Fr = \frac{v^2}{gh_N} = \frac{0.6^2}{9.8 \times 0.6} = 0.06 < 1$$

流动为缓流。

(2) 用临界水深判别

矩形断面

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{\alpha v^2 h_N^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{1 \times (0.6 \text{ m/s})^2 \times (0.6 \text{ m})^2}{9.8 \text{ m/s}^2}} = 0.24 \text{ m}$$

临界水深小于正常水深，流动为缓流。

(3) 对于均匀流，还可用临界底坡判别

$$B_c = b = 1 \text{ m}$$

$$P_c = b + 2h_c = 1.48 \text{ m}$$

$$R_c = \frac{bh_c}{\chi_c} = 0.16 \text{ m}$$

$$C_c = \frac{1}{n} R_c^{1/6} = 52.7 \text{ m}^{0.5} / \text{s}$$

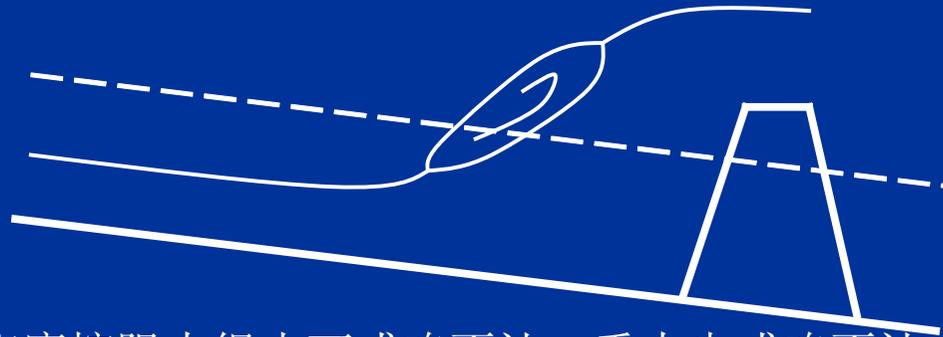
$$i_c = \frac{g}{\alpha C_c^2} \frac{\chi_c}{B_c} = 0.0052 > i$$

渠道为缓坡，均匀流为缓流。

## 8.5 水跃与水跌

### 8.5.1 水跃 (hydraulic jump)

水跃是指明渠水流从水深小于临界水深的急流状态向水深大于临界水深的缓流状态过渡时，水面骤然升高的水力现象。



假设：水跃间的河床摩擦阻力很小可或略不计，重力也或略不计；跃前后为渐变流，断面压强按静水压强分布。

$$\frac{\beta_1 Q^2}{gA_1} + y_{c1} A_1 = \frac{\beta_2 Q^2}{gA_2} + y_{c2} A_2$$

矩形断面的水跃共轭水深

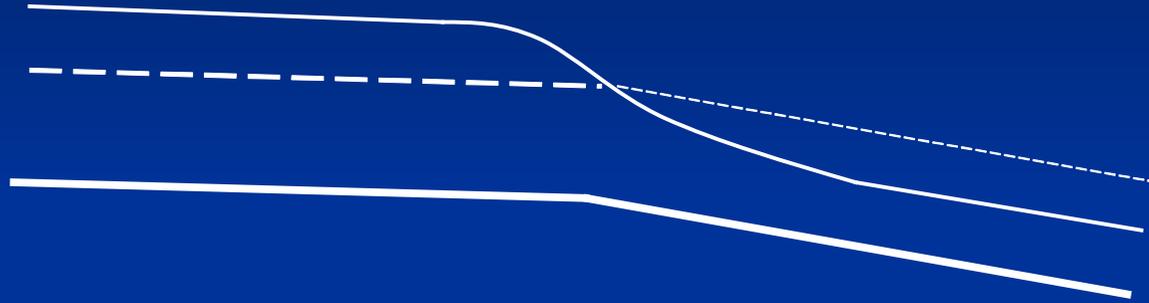
$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left( \sqrt{1 + 8 Fr_1} - 1 \right)$$

能量损失

$$h_w = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4h_1 h_2}$$

## 8.5.2 水跌 (hydraulic drop)

水跌是指明渠水流从水深大于临界水深的缓流状态向水深小于临界水深的急流状态过渡时，水面急剧降落的水力现象。



## 8.6 棱柱形渠道非均匀渐变流水面曲线的分析

水面曲线指明渠非均匀流水面与纵剖面的交线。

### 8.6.1 棱柱形渠道非均匀渐变流微分方程

设明渠恒定非均匀渐变流微元段1-2，列伯努利方程

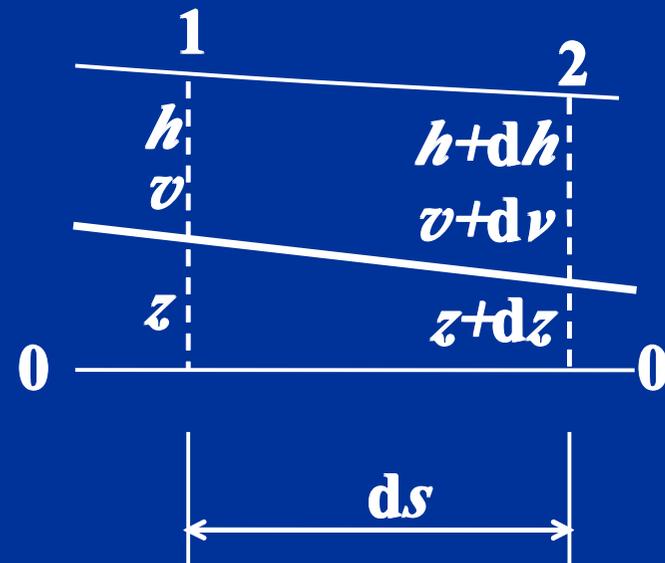
$$(z+h) + \frac{\alpha v^2}{2g} = (z+dz+h+dh) + \frac{\alpha(v+dv)^2}{2g} + dh_f$$

略去高阶小量，得

$$dz + dh + d\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right) + dh_f = 0$$

用微元段长度  $ds$  除以上式，得

$$\frac{dz}{ds} + \frac{dh}{ds} + \frac{d}{ds}\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right) + \frac{dh_f}{ds} = 0$$



式中

$$\frac{dz}{ds} = \frac{z_2 - z_1}{ds} = -\frac{z_1 - z_2}{ds} = -i$$

$$\frac{d}{ds} \left( \frac{\alpha v^2}{2g} \right) = \frac{d}{ds} \left( \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \right) = -\frac{\alpha Q^2}{gA^3} \frac{dA}{ds}$$

其中

$$\frac{dA}{ds} = \frac{dA}{dh} \frac{dh}{ds} = B \frac{dh}{ds}$$

因此

$$\frac{d}{ds} \left( \frac{\alpha v^2}{2g} \right) = -\frac{\alpha Q^2}{gA^3} B \frac{dh}{ds} = -Fr \frac{dh}{ds}$$

$$\frac{dh_f}{ds} = J$$

代入得

$$-i + \frac{dh}{ds} - Fr \frac{dh}{ds} + J = 0$$

棱柱形渠道非均匀渐变流微分方程。

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - J}{1 - Fr}$$

### 8.6.2 水面曲线分析

为分析水面曲线的不同变化趋势，按以下界限对流动空间进行分区：

正常水深线—*N-N*线（根据切西公式算得）；

临界水深线—*C-C*线；（根据 $Q^2/g = A^3/B$ 算得）

1 区—同时在 *N-N* 线与 *C-C* 线之上的区域；

2 区—介于 *N-N* 线与 *C-C* 线之间的区域。

3 区—同时在 *N-N* 线与 *C-C* 线之下的区域

$$Q = AC\sqrt{RJ}$$

$$J = \frac{Q}{AC\sqrt{R}} = \frac{nQ}{AR^{2/3}}$$

## (1) 顺坡 ( $i > 0$ ) 渠道

### 1) 缓坡 ( $i < i_c$ ) 渠道 (mild slope)

缓坡渠道中，正常水深  $h_N$  大于临界水深  $h_C$ ，由  $N-N$  线与  $C-C$  线将流动空间分为三个区。

1区 ( $h > h_N > h_C$ )

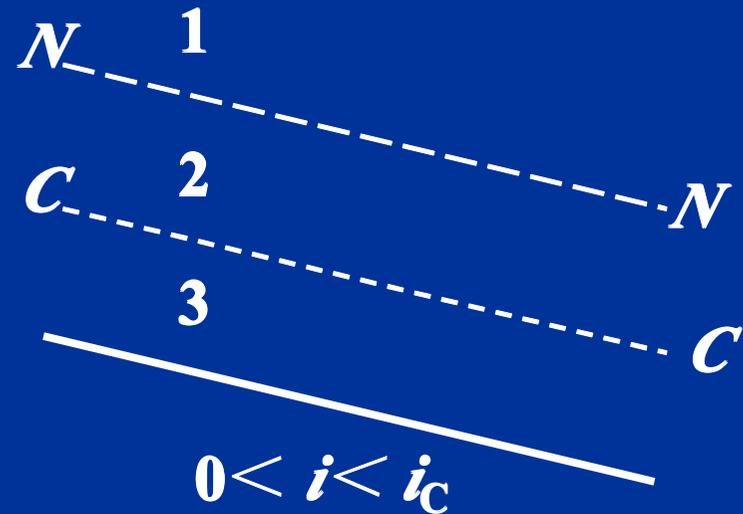
因为  $h > h_N$ ，所以  $J < i$ ，

即  $i - J > 0$ ；又因为  $h > h_C$ ，流动为缓流， $Fr < 1$ ，即  $1 - Fr > 0$ ，

根据微分方程 
$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - J}{1 - Fr}$$

得  $\frac{dh}{ds} > 0$ ，说明在此区，水深沿程增加，水面曲线呈壅高

趋势，定义为  $M_1$  型壅水曲线。



上游： $h \rightarrow h_N$ ， $J \rightarrow i$ ， $i - J \rightarrow 0$ ；而且  $h \neq h_C$ ， $1 - Fr \neq 0$ ，

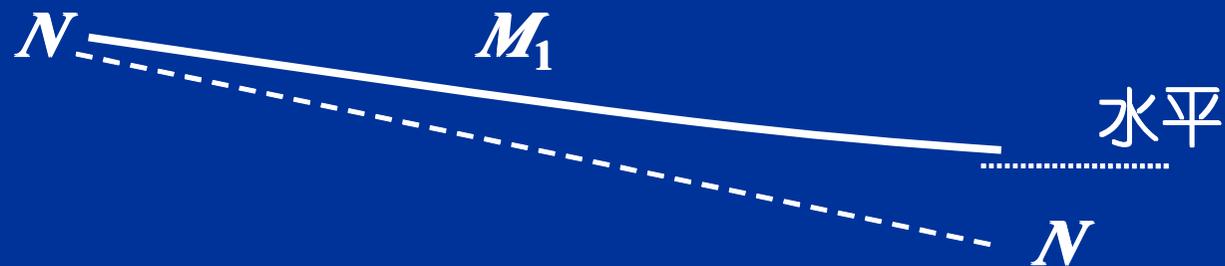
所以  $\frac{dh}{ds} \rightarrow 0$ ，水深趋于沿程不变，水面向  $N-N$  线渐近。

下游： $h \rightarrow \infty$ ， $J \rightarrow 0$ ， $i - J \rightarrow i$ ；而且  $Fr \rightarrow 0$ ， $1 - Fr \rightarrow 1$ ，

所以  $\frac{dh}{ds} \rightarrow i$ ，说明单位距离水深的增加等于渠底的降低，

因此，下游趋于水平。

综上所述， $M_1$ 型水面曲线为上游端向  $N-N$  线渐近、下游端趋于水平的下凹状壅水曲线。



2 区 ( $h_N > h > h_C$ )

因为  $h < h_N$ ，所以  $J > i$ ，即  $i - J < 0$ ；

又因为  $h > h_C$ ，流动为缓流， $Fr < 1$ ，即  $1 - Fr > 0$ ；

根据微分方程  $\frac{dh}{ds} = \frac{i - J}{1 - Fr}$  得  $\frac{dh}{ds} < 0$ ，说明在此区，水深

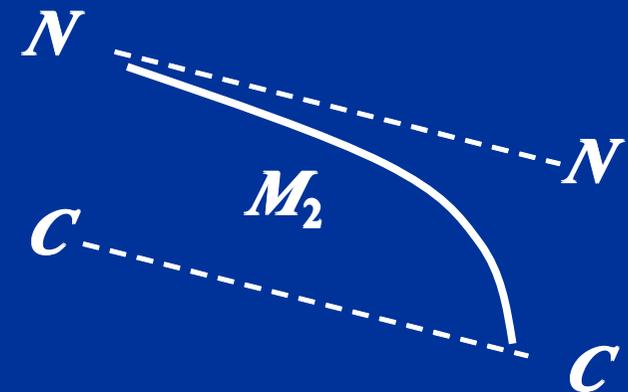
沿程减小，水面曲线呈下降趋势，定义为  $M_2$  型降水曲线。

上游： $h \rightarrow h_N$ ，与  $M_1$  形水面曲线相同，向  $N-N$  渐近。

下游： $h < h_N$ ， $J > i$ ， $i - J < 0$ ；而  $h \rightarrow h_C$ ， $Fr \rightarrow 1$ ，

$1 - Fr \rightarrow 0$ ， $\frac{dh}{ds} \rightarrow -\infty$ ，水面曲线与  $C-C$  线正交。说明此处水

深急剧降低，已不再是渐变流，而是发生水跌。综上所述， $M_2$  型水面曲线为上游端向  $N-N$  线渐近、下游端发生水跌的穿过  $C-C$  线的上凸状降水曲线。



### 3 区 ( $h < h_C < h_N$ )

因为  $h < h_N$ ，所以  $J > i$ ，即  $i - J < 0$ ；

又因为  $h < h_C$ ，流动为急流， $Fr > 1$ ，即  $1 - Fr < 0$ ；

根据微分方程  $\frac{dh}{ds} = \frac{i - J}{1 - Fr}$  得  $\frac{dh}{ds} > 0$ ，说明在此区，水深

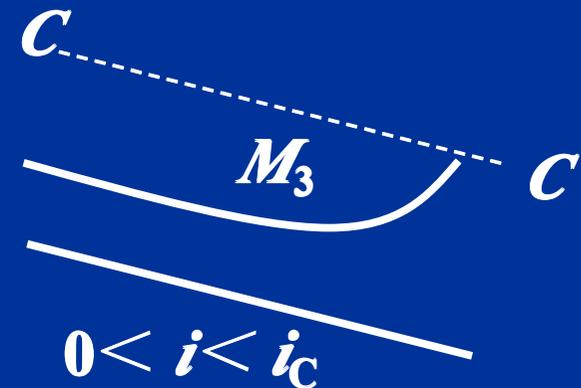
沿程增加，水面曲线呈壅高趋势，定义为  $M_3$  型壅水曲线。

上游：取决于出流情况。

下游： $h < h_N$ ， $J > i$ ， $i - J < 0$ ；而  $h \rightarrow h_C$ ， $Fr \rightarrow 1$ ，

$1 - Fr \rightarrow 0$ ， $\frac{dh}{ds} \rightarrow \infty$ ，水面曲线与  $C-C$  线正交。说明此处水

深急剧升高，不再是渐变流，而是发生水跃。综上所述， $M_3$  型水面曲线为上游端取决于出流情况、下游端发生水跃的穿过  $C-C$  线的下凹状壅水曲线。



## 2) 陡坡 ( $i > i_c$ ) 渠道 (steep slope)

陡坡渠道中，临界水深  $h_c$  大于正常水深  $h_N$ ，由  $C-C$  线与  $N-N$  线将流动空间分为三个区。

1区 ( $h > h_c > h_N$ )

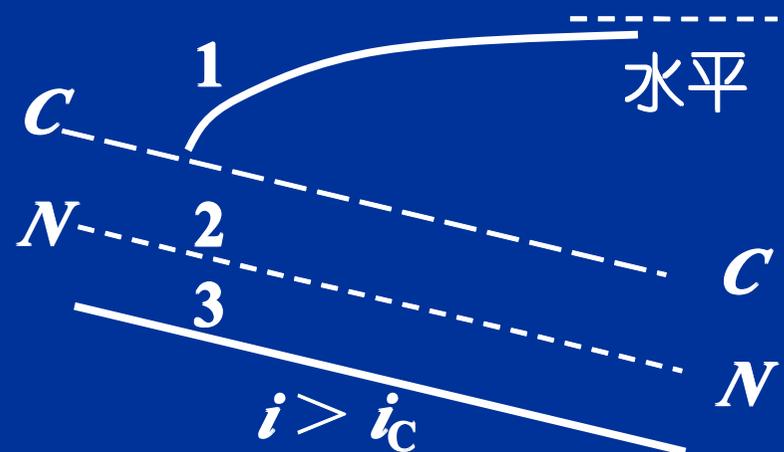
因为  $h > h_N$ ，所以  $J < i$ ，  
即  $i - J > 0$ ；又因为  $h > h_c$ ，流  
动为缓流， $Fr < 1$ ，即  $1 - Fr > 0$ ，

根据微分方程  $\frac{dh}{ds} = \frac{i - J}{1 - Fr}$  得  $\frac{dh}{ds} > 0$ ，说明在此区，水深沿程  
增加，水面曲线呈壅高趋势，定义为  $S_1$  型壅水曲线。

上游： $h \rightarrow h_c$ ， $\frac{dh}{ds} \rightarrow \infty$ ，发生水跃。

下游： $h \rightarrow \infty$ ，下游趋于水平。

$S_1$  型水面曲线为上游发生水跃、下游趋于水平的壅水曲线。



## 2 区 ( $h_C > h > h_N$ )

因为  $h > h_N$ ，所以  $J < i$ ，即  $i - J > 0$ ；

又因为  $h < h_C$ ，流动为急流， $Fr > 1$ ，即  $1 - Fr < 0$ ；

根据微分方程  $\frac{dh}{ds} = \frac{i - J}{1 - Fr}$  得  $\frac{dh}{ds} < 0$ ，说明在此区，水深沿程减小，水面曲线呈下降趋势，定义为  $S_2$  型降水曲线。

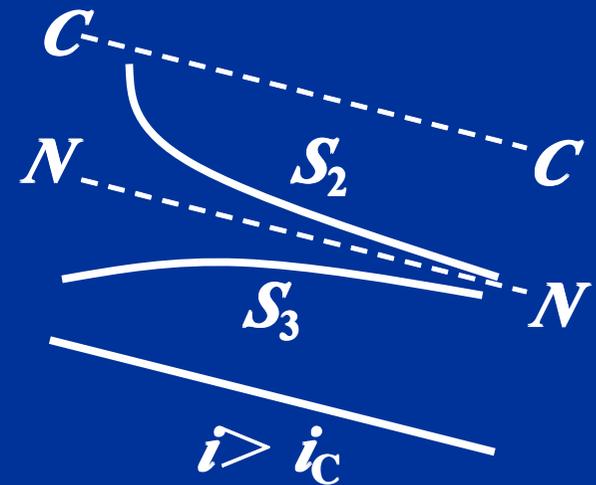
上游： $h \rightarrow h_C$ ， $\frac{dh}{ds} \rightarrow \infty$ ，发生水跌。

下游： $h \rightarrow h_N$ ，向  $N-N$  渐近。

## 3 区 ( $h < h_N < h_C$ )

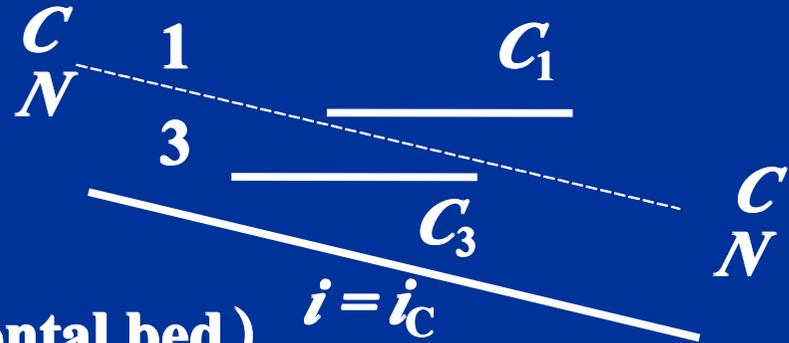
由于  $h < h_N < h_C$ ， $\frac{dh}{ds} > 0$ ，水深沿程

壅高；上游：取决于出流情况；下游：向  $N-N$  渐近，得  $S_3$  型壅水曲线。



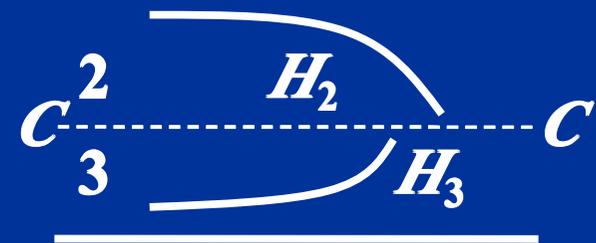
### 3) 临界坡 ( $i = i_c$ ) 渠道 (critical slope)

临界坡渠道中，临界水深  $h_c$  等于正常水深  $h_N$ ，C-C 线与 N-N 线重合，流动空间仅分为 1 区和 3 区两个区。两个区的水面曲线分别为  $C_1$  和  $C_3$  型壅水曲线。



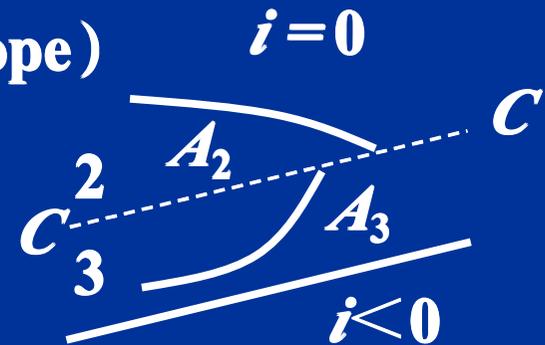
### (2) 平坡 ( $i=0$ ) 渠道 (horizontal bed)

平坡渠道中，不能形成均匀流，因此没有正常水深线，流动空间仅有 2 区和 3 区两个区。两区的曲线分别为  $H_2$  型降水曲线和  $H_3$  型壅水曲线。



### (3) 逆坡 ( $i < 0$ ) 渠道 (adverse slope)

与平坡渠道相同，逆坡渠也仅有 2 区和 3 区两个区。两区的曲线分别为  $A_2$  型降水曲线和  $A_3$  型壅水曲线。



### 8.6.3水面曲线分析总结

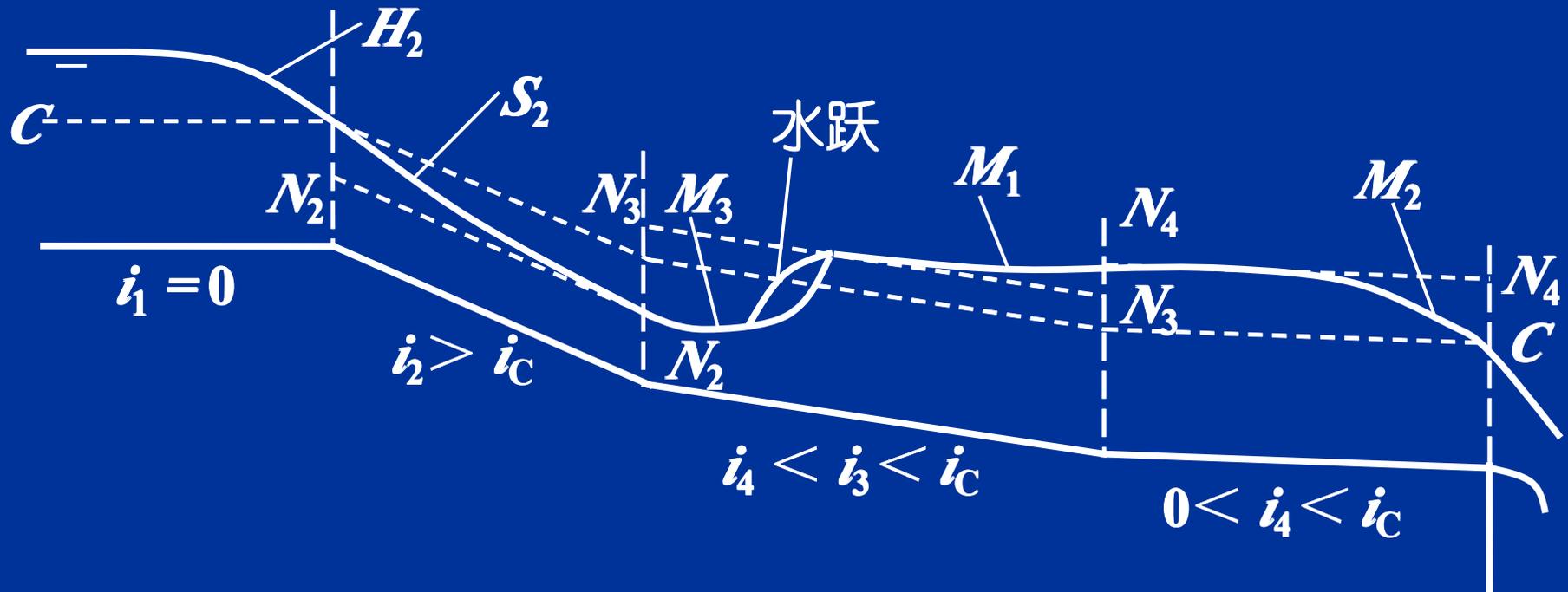
(1)  $N-N$  线与  $C-C$  线并非实际水深线，而是流动空间分区的界线；

(2) 缓坡3个区，陡坡3个区，临界坡2个区，平坡2个区，逆坡2个区，共12个区；微分方程式在每个区的解是唯一的，因此明渠非均匀渐变流水面共有12种变化，即12条水面曲线。

(3) 在所有区域中，1、3区均为壅水曲线，2区均为降水曲线；

(4) 除  $C_1$ 、 $C_3$  型外，所有水面曲线在水深趋于正常水深时，均以  $N-N$  线为渐近线；所有水深趋于临界水深时，均与  $C-C$  线正交，发生水跃或水跌。

【例3】已知上游水位高于临界水深，试定性绘出棱柱形渠道中的水面曲线。



【解】根据已知条件，绘出每一坡度渠段上的  $C-C$  线与  $N-N$  线；  
根据已知水深与控制水深，将每渠段可能发生的水面曲线光滑地连接起来。  
标出曲线名称。