

中国科学院2012年高等数学丙真题解析

一.选择题(本题满分40分, 每小题5分)

1.下列极限式正确的是()

- (A) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1$ (B) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1$
(C) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = 1$ (D) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

【备注1】

严格地说, 这题没有答案。 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$, $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$, $(1+x)^{\frac{1}{x}}$ 在 $x < 0$ 这种地方未必有定义, 同理, $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ 在 $x = 0$ 的一个左邻域也没有定义, 因此, B,C 也都不对。我们应该将B改成 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1$, 则可选B。

2.设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导且导函数连续, $f(0)=0$, $f'(0)=b$ 。若函数