

量子力学

Quantum mechanism

《量子力学》教材与参考书

教材

《量子力学教程》周世勋编，高等教育出版社

参考书

1. 《量子力学教程》曾谨言著，（科学出版社，2003年第一版，普通高等教育十五国家级规划教材）
2. 《量子力学导论》曾谨言著，（北京大学出版社，1998年第二版）
3. 《量子力学导论》熊钰庆主编，（广东高等教育出版社出版，2000年第一版）

4. **《量子力学基础》** 关洪，（高等教育出版社，1999年第一版）

5. **《量子力学》** 汪德新，（湖北科学技术出版社出版，2000年第一版）

6. **《量子力学教程习题剖析》** 孙婷雅编，（科学出版社出版，2004年第一版）

7. Problems in quantum mechanics with solutions (**量子力学题解**), G. L. Squires, (世界图书出版公司)

目 录 (Content)

□ 第一章 绪论 (量子力学的诞生)

Ch1. Introduction (The birth of quantum mechanism)

□ 第二章 波函数和薛定谔方程

Ch2. The wave function and Schrödinger's equation

□ 第三章 量子力学中的力学量

Ch3. The Dynamical variable in Quantum Mechanism

□ 第四章 态和力学量的表象

Ch4. The representation of the states and operators

□ 第五章 微扰理论

Ch5. Perturbation theory

□ 第六章 散射

Ch6. The general theory of scattering

□ 第七章 自旋与全同粒子

Ch7. Spin and identity of particles

第一章

绪论

The birth of quantum mechanism

■ 1.1 经典物理学的困难

The difficult in classical physics

■ 1.2 光的波粒二象性

The duality of light between wave and particle

■ 1.3 微粒的波粒二象性

The duality of small particles between wave and particle

■ 小结

Review

- 1 光的波粒二象性的实验事实及其解释
- 2 原子结构的玻尔理论和索末菲的量子化条件
- 3 德布罗意关于微观粒子的波粒二象性的假设
- 4 德布罗意波的实验验证：戴维孙-革末实验

从戴维孙-革末的电子衍射实验和电子的单缝、双缝衍射实验认识物质粒子（如电子和分子）在具有粒子性一面外，还具有波动性的一面，即粒子具有波粒二象性。

学习要求

1. 了解光的波粒二象性的主要实验事实；掌握德布罗意关于微观粒子的波粒二象性的假设和索末菲的量子化条件。

2. 掌握德布罗意公式和德布罗意波

德布罗意关系：

$$\begin{cases} E = h\nu = \hbar\omega \\ \vec{P} = \frac{h}{\lambda} \vec{n} = \hbar \vec{K} \end{cases}$$

德布罗意波：

$$\psi_{\vec{p}} = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} e^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\cdot\vec{r}-Et)}$$

量子力学是将物质的波动性与粒子性统一起来的动力学理论，是20世纪初研究微观世界中粒子的运动规律建立起来的。

近几十年来，在不同领域相继发现了宏观量子效应（如超导现象，超流现象，乃至一些天体现象），表明宏观世界的物质运动也遵循量子力学规律，人们所熟知的经典力学规律只是量子力学规律在特定条件下的一个近似。

量子力学的学术地位

量子力学这门学科的性质决定了它在近代物理学与科学技术乃至国民经济发展中的地位。目前，它已广泛地应用到基本粒子、原子核、原子、分子、凝聚态物理直到中子星、黑洞各个层次的研究，并且现代技术一从集成电路、电子计算机到量子计算机，从原子弹、氢弹到核电站，从激光技术、超导技术到固体材料、纳米技术，无不以量子力学为其理论基础。可以毫不夸张地说，没有量子力学就没有现代的科学技术。

量子力学与相对论被称为当今物理学与现代科学技术的两大支柱。

§ 1.1 经典物理学的困难

一. 经典物理学的成功

十九世纪末叶，物理学理论在当时看来已发展到相当完善的阶段，其各个分支已经建立起系统的理论：

经典力学从牛顿三大定律发展为**分析力学**

电磁学与光学发展成为**麦克斯韦理论**

热学在建立了以**热力学定律**为基础的**宏观理论**的同时，**玻尔兹曼**和**吉布斯**建立了称之为**统计物理学**的**微观理论**。

在经典物理学的辉煌成就面前，有的科学家认为物理学已大功告成。绝对温标的创始人开尔文在1889年新年贺词中说：“19世纪已将物理大厦全部建成，今后物理学家的任务就是修饰、完美这所大厦了”。

§ 1.1 经典物理学的困难(续1)

二. 经典物理学遇到的困难

但是这些信念，在进入20世纪以后，受到了冲击。经典理论在解释一些新的试验结果上遇到了严重的困难。

- (1) 黑体辐射问题**
- (2) 光电效应**
- (3) 原子光谱的线状结构**

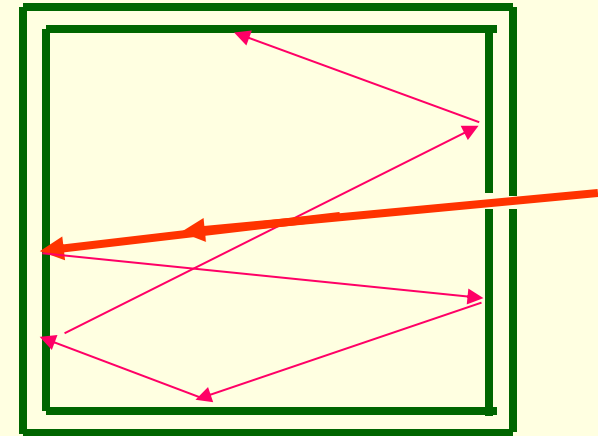
下面介绍经典物理学遇到的困难，以及如何解决这些困难并导致量子力学的诞生。

§1.1 经典物理学的困难(续2)

1. 黑体辐射

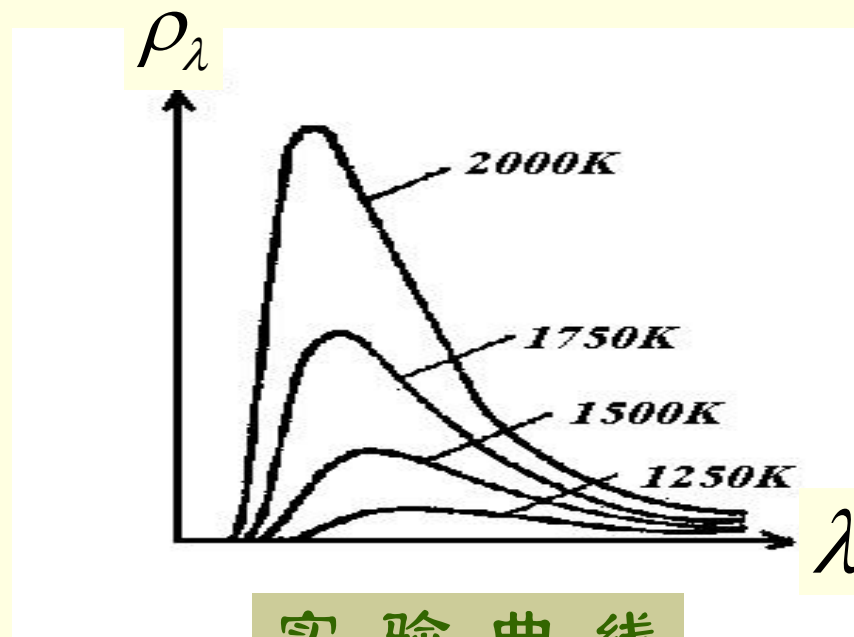
黑体辐射问题所研究的是辐射（电磁波）与周围物体处于平衡状态时能量按波长（频率）的分布。

黑体：物体对于外来的辐射有反射和吸收作用。如果一个物体能全部吸收投射在它上面的辐射而无反射，**这种物体称为黑体。**



一个开有小孔的封闭空腔可看作是黑体。

辐射热平衡状态：处于某一温度 T 下的腔壁，单位面积所发射出的辐射能量和它所吸收的辐射能量相等时，辐射达到**热平衡状态**。



实验曲线

黑体辐射实验事实：

热平衡时，空腔辐射的能量密度，与辐射的波长的分布曲线，其形状和位置只与黑体的绝对温度 T 有关，而与黑体的**形状**和**材料**无关。

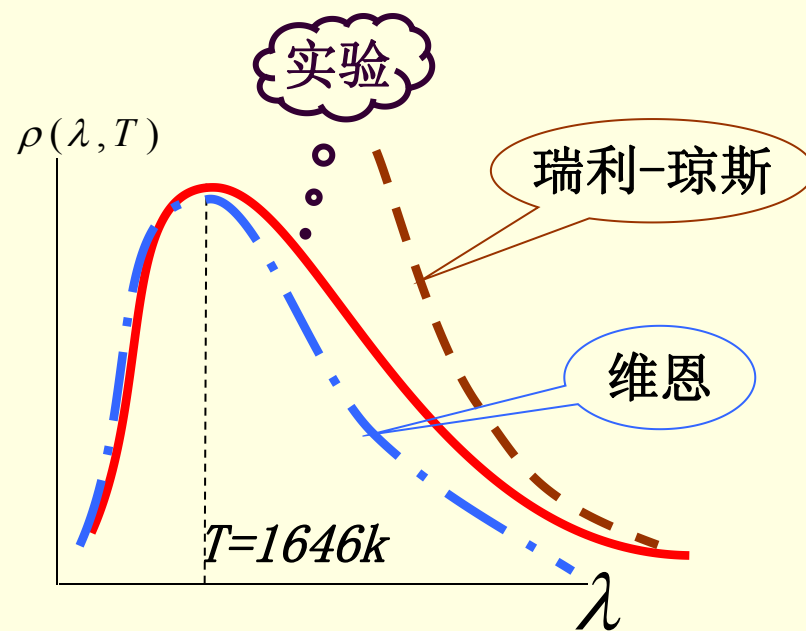
(1) 维恩 (Wein—德国物理学家) 的解释

● 1896年，维恩根据经典热力学得出：

$$\rho(\lambda, T) = \frac{c_1 C^3}{\lambda^3} e^{\frac{-c_2 C}{\lambda T}}$$

$$\rho(\nu) d\nu = c_1 \nu^3 e^{-c_2 \nu / T} d\nu$$

结论：在短波（高频）部分与实验符合得很好，但长波（低频）部分与实验则明显不一致。



短波吻合好，长波段不一致

获得1911年诺贝尔物理学奖

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

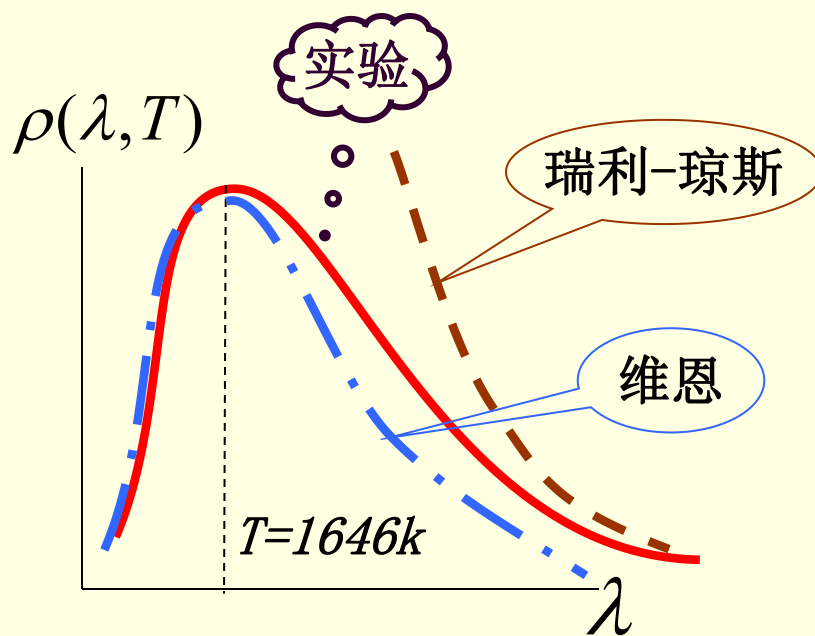
(2) 瑞利—金斯 (Raileigh-Jeans英国物理学家) 的解释

● 1900年，瑞利和琼斯用能量均分定理和电磁理论（驻波法）得出：

$$\rho(\lambda, T) = \frac{8\pi kT}{c\lambda^2} \propto \lambda^{-2}$$

$$\rho(\nu, T)d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 kT d\nu$$

结论：在长波（低频）部分与实验符合，短波部分不符合。



此外存在“紫外光的灾难”

$$\int_0^{\infty} \rho(\nu) d\nu = \int_0^{\infty} \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 kT d\nu \rightarrow \infty$$

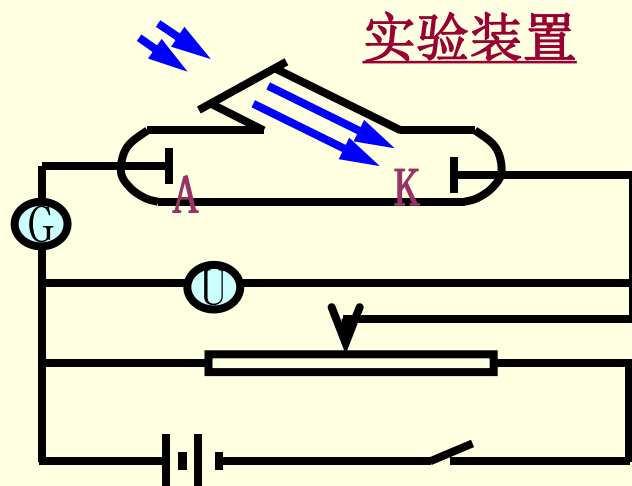
2. 光电效应

光照射到金属上，使金属中的电子逸出的现象，这种现象称为**光电效应**，逸出的电子称为“**光电子**”。

赫兹：1886—1887

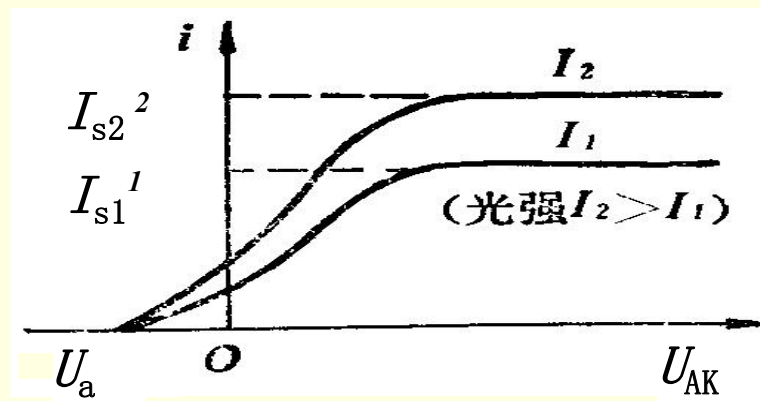
勒纳德：1889

光电效应的实验规律



G: 测量光电流

U: 测量AK电压



* I 随着 U_{AK} 增加而增加直至某一饱和电流 I_s 。 I_s 与光照强度成正比。

** 截至电压 $U_a < 0$ 。

§ 1.1 经典物理学的困难(续7)

试验发现光电效应有两个突出的特点：

- **1. 临界频率 ν_0 :** 只有当光的频率大于某一定值时 ν_0 , 才有光电子发射出来。若光频率小于该值时, 则不论光强度多大, 照射时间多长, 都没有电子产生。光的这一频率 ν_0 称为临界频率。
- **2. 电子的能量只是与光的频率有关, 与光强无关, 光强只决定电子数目的多少。**

• **光电效应的这些规律是经典理论无法解释的。**

按照光的电磁理论, 光的能量只决定于光的强度而与频率无关。

此外, 光电效应具有瞬时性, 其响应速度很快 10^{-9} 秒。经典认为光能量分布在波面上, 吸收能量需要时间。

§ 1.1 经典物理学的困难(续8)

3. 原子光谱与原子结构

氢原子光谱有许多分立谱线组成，这是很早就发现了的。1885年瑞士**巴尔末**(Balmer)发现紫外光附近的一个线系，并得出氢原子谱线的经验公式，即著名的**巴尔末公式**：

$$\nu = R_H C \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

其中 $R_H = 1.09677576 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ 是氢的Rydberg常数， C 是光速。

后来又发现了一系列线系，它们可用下面公式表示：

$$\nu = R_H C \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n > m$$

§ 1.1 经典物理学的困难(续9)

氢原子光谱

谱系	m	n	区 域
Lyman	1	2, 3, 4,	远紫外
Balmer	2	3, 4, 5,	可见
Paschen	3	4, 5, 6,	红外
Brackett	4	5, 6, 7,	远红外
Pfund	5	6, 7, 8,	超远红外

人们自然会提出如下三个问题：

- 1. 原子线状光谱产生的机制是什么？
- 2. 怎样的发光机制才能认为原子的状态可以用包含整数值的量来描写？
- 3. 光谱线的频率为什么有这样简单的规律？

§ 1.1 经典物理学的困难(续10)

这些问题，**经典物理学不能给予解释**。首先，经典物理学不能建立一个稳定的原子模型。根据经典电动力学，电子环绕原子核运动是加速运动，因而不断以辐射方式发射出能量，电子的能量变得越来越小，因此绕原子核运动的电子，终究会因大量损失能量而“掉到”原子核中去，原子就“崩溃”了，但是，现实世界表明，原子稳定的存在着。

除上述**黑体辐射、光电效应、原子光谱与原子结构**三种情况之外，还有一些其它实验现象在经典理论看来是难以解释的，这里不再累述。

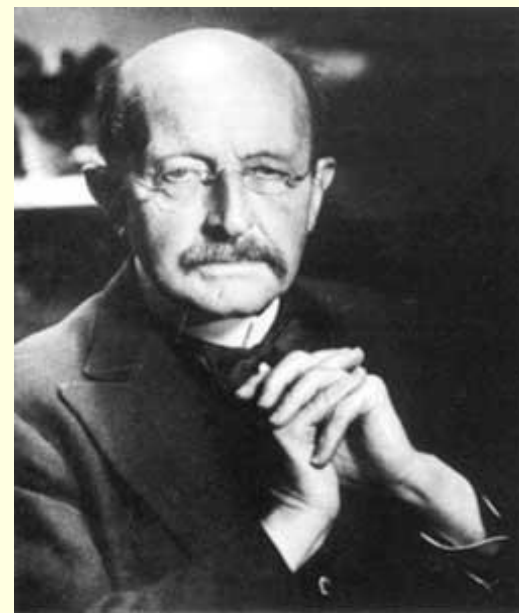
总之，新的实验现象的发现，暴露了经典理论的局限性，迫使人们去寻找新的物理概念，建立新的理论，于是**量子力学**就在这场物理学的危机中诞生。

§ 1.2. 光的波粒二象性

1. 普朗克（1900年）对黑体辐射的解释

Planck assumption:

黑体可看作一组连续振动的带电谐振子，这些谐振子的能量应取分立值，这些分立值都是最小能量 ε 的整数倍，这些分立的能量称为谐振子的**能级**。



Planck-德国物理学家，

可见：黑体与辐射场交换能量只能以 ε 为单位进行，亦即黑体吸收或发射电磁辐射能量的方式是不连续的，只能量子地进行，每个“**能量子**”的能量为

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega \quad (\hbar = \frac{h}{2\pi})$$

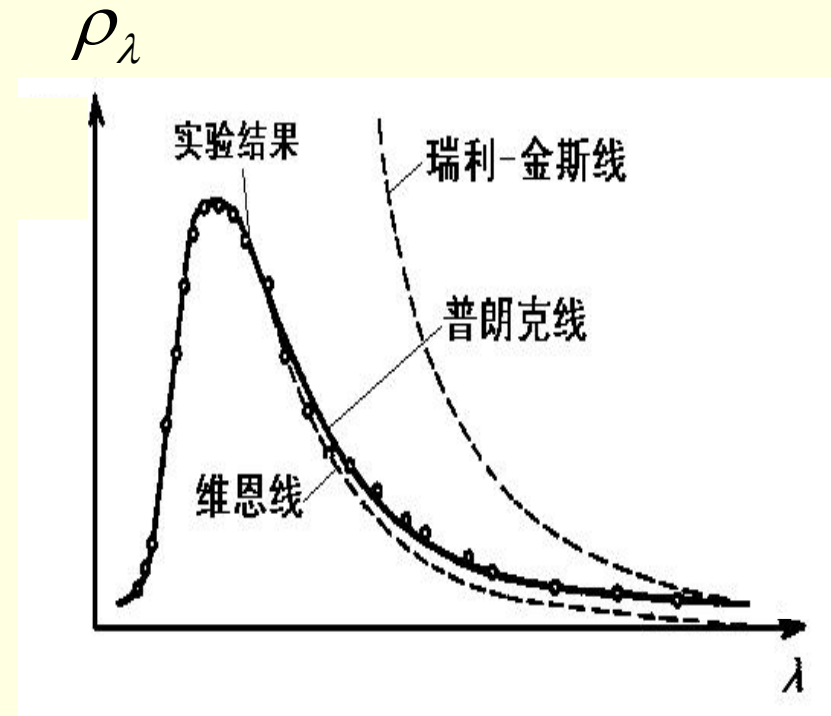
§ 1.2 光的波粒二象性(续1)

其中 $h = 6.62559 \times 10^{-34} J \cdot s$ (称为Planck常数)

基于能量子假设，Planck利用统计物理推导出与实验符合得很好的**黑体辐射公式——Planck公式**：

$$\rho(\nu)d\nu = \frac{8\pi}{C^3} \frac{h\nu^3}{e^{h\nu/KT} - 1} d\nu$$

$$\rho(\lambda, T) = \frac{c_1 C^3 \lambda^{-3}}{e^{\frac{c_2 C}{\lambda T}} - 1}$$



§ 1.2 光的波粒二象性 (续2)

讨 论

$$\rho(\lambda, T) = \frac{c_1 C^3 \lambda^{-3}}{e^{\frac{c_2 C}{\lambda T}} - 1}$$

Planck公式

$\lambda \rightarrow 0$
 维恩公式 $\rightarrow \rho(\lambda, T) = \frac{c_1 C^3}{\lambda^3} e^{-\frac{c_2 C}{\lambda T}}$

$\lambda \rightarrow \infty$
 瑞利-琼斯公式 $\rightarrow \rho(\lambda, T) = \frac{c_1 C^2 T}{c_2 \lambda^2} = \frac{8 \pi k T}{C \lambda^2}$

注：Planck的“**能量子**”假说与经典物理中振子的能量是连续的相抵触。可见，**Planck理论突破了经典物理学在微观领域的束缚，打开了认识光的粒子性的大门。**

1918年Planck由此获得诺贝尔物理学奖

§ 1.2 光的波粒二象性(续3)

2. 爱因斯坦（1905年）对光电效应的解释

Einstein assumption:

在Planck能量量子假设的启发下，爱因斯坦提出了“**光量子**”的概念，他认为，不仅黑体与辐射场的能量交换是量子化的，而且辐射（光）是由一颗颗具有一定能量的粒子组成的粒子流，这些粒子称为**光子（光量子）**

光子的能量 $E = h\nu = \hbar\omega$ 光子的动量 $\vec{p} = \hbar\vec{k}$

Planck-Einstein
公式

$$P = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = \hbar k \quad (\vec{k} \text{ —— 波矢量})$$

§ 1.2 光的波粒二象性 (续4)

光电效应的解释

电子的逸出功

$$\frac{1}{2} \mu v^2 = h\nu - w_0 = h(\nu - \nu_0)$$

(光电效应方程)

$$\nu_0 = \frac{w_0}{h}$$

(ν_0 —— 临界频率)当 $h\nu < w_0$ or $\nu < \nu_0$

无电子逸出

当 $h\nu \geq w_0$ or $\nu \geq \nu_0$

有电子逸出

在 $\nu \geq \nu_0$ 的条件下, 当 I 越大, 即光强越强, 光子密度大, 产生电子数越多

§ 1.2 光的波粒二象性(续5)

注：利用光子的概念可解释光电效应，可见光电效应体现了光的粒子性。

1916年，密立根实验证实了光子论的正确性，并测得

$$h = 6.57 \times 10^{-34} \text{ 焦耳} \cdot \text{秒}。$$

光的波动性 $(\omega, \vec{k})$ 和粒子性 $(E, \vec{P})$ 是通过普朗克常数联系在一起的。

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}$$

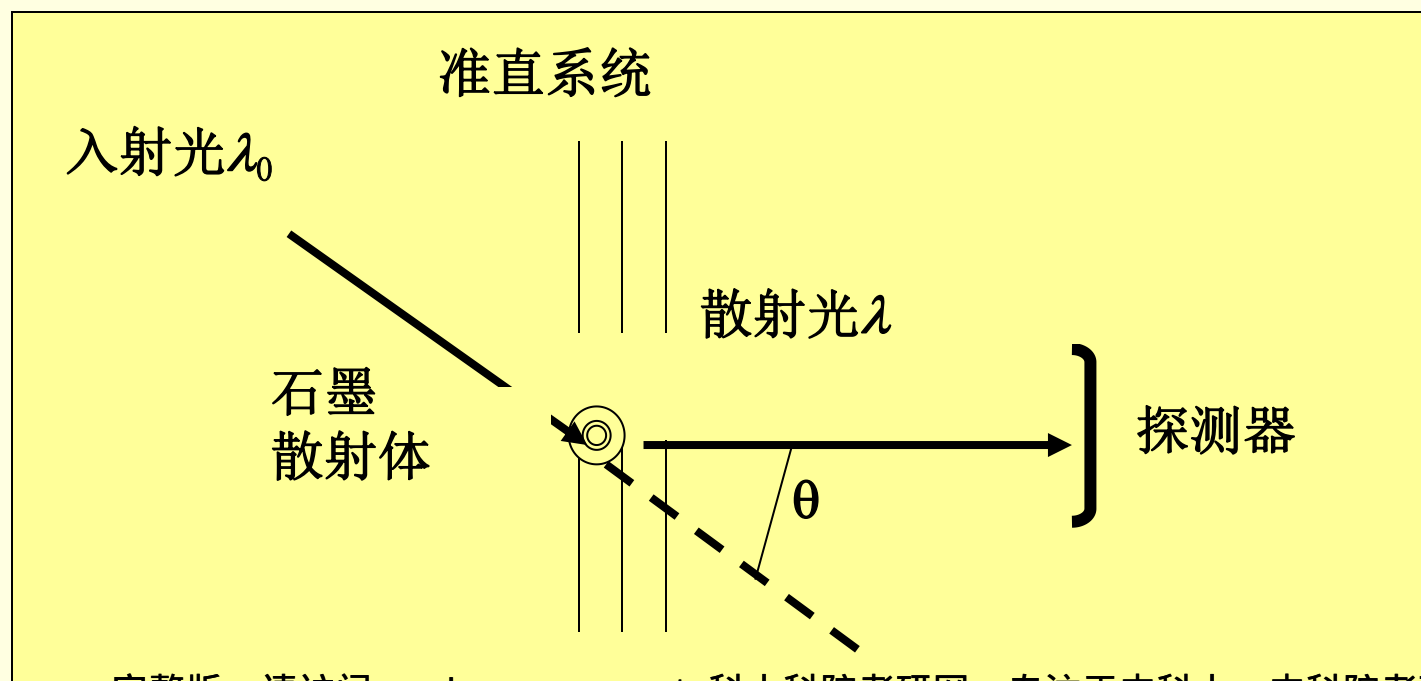
Einstein因发现光电效应定律获得了1923年的诺贝尔物理学奖。

§ 1.2 光的波粒二象性(续6)

3. 康普顿散射(1922—1923)

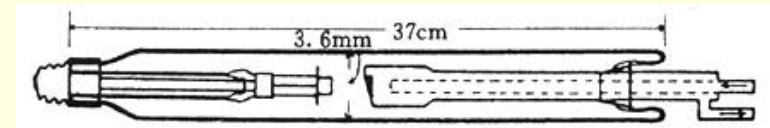
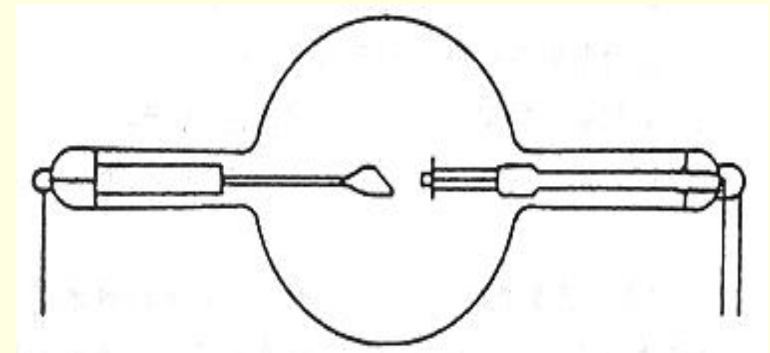
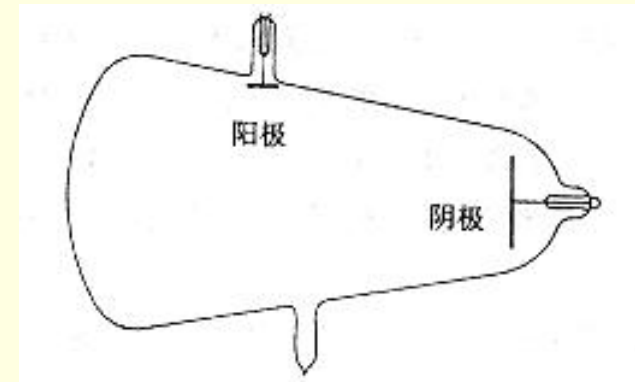
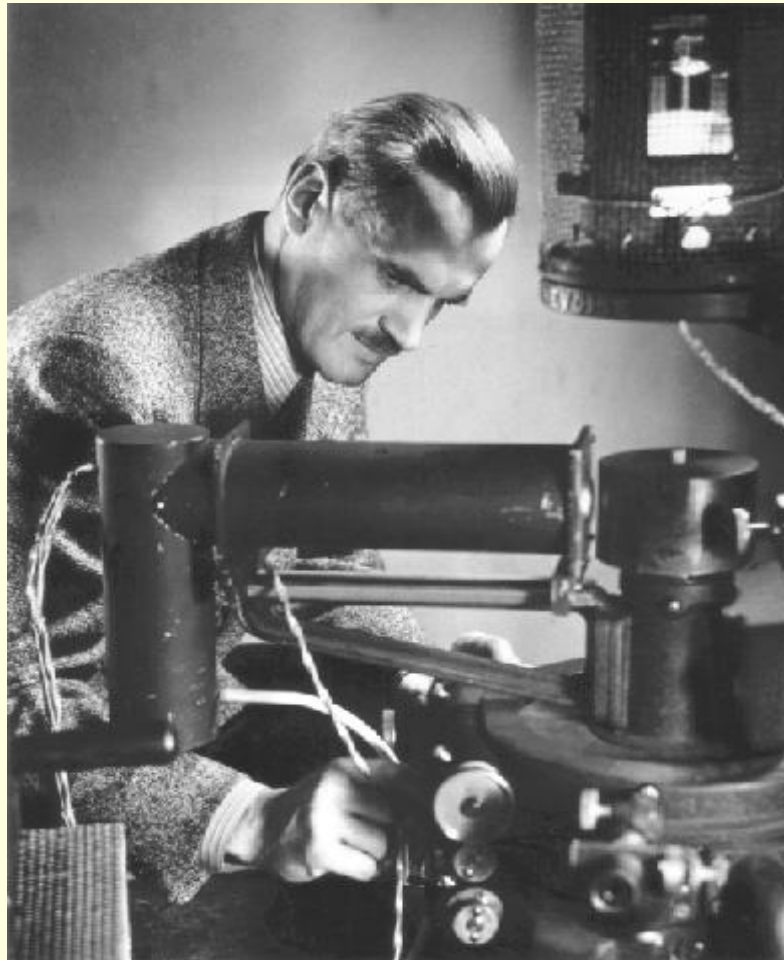
Compton 散射是对光的粒子性的进一步证实。

1923年，美国物理学家Compton用X射线入射到碳、石墨等原子质量很轻的靶上，进行光散射实验。



§ 1.2 光的波粒二象性(续7)

康普顿散射实验



§ 1.2 光的波粒二象性(续8)

散射实验结果

- 1 散射的射线中有与入射波长 λ_0 相同的射线，也有波长 $\lambda' > \lambda_0$ 的射线。
- 2 散射线中波长的改变量 $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda_0$ 随散射角 θ 的增大而增大，即散射后的光其波长随散射角的增加而增大。

$$\Delta\lambda = 2\lambda_0 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\lambda_0 = \frac{2\pi\hbar}{m_0 C} = 2.4263 \times 10^{-10} \text{ cm} = 0.024263 \text{ \AA}$$

称为电子的康普顿波长

- 3 同一散射角下 $\Delta\lambda$ 相同，与散射物质无关；原子量较小的物质，康普顿散射效应强。

§ 1.2 光的波粒二象性 (续9)

(1) 经典电磁理论的困难: $\lambda_{\text{入}} = \lambda_{\text{散}}$

(2) 康普顿的解释:

X 射线光子与“静止”的“自由电子”弹性

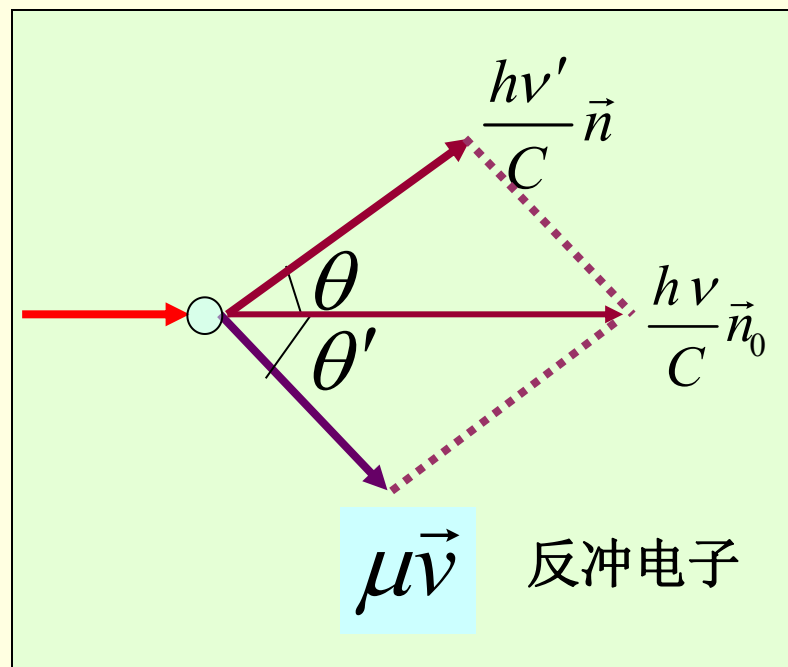
碰撞前

X 射线光子的能量 $h\nu$
($10^4 \sim 10^5$ eV)

电子的能量 μc^2

碰撞过程中能量与动量守恒

$$\begin{cases} h\omega + \mu c^2 = h\omega' + \frac{\mu c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ \frac{h\omega}{c} \vec{n}_0 = \frac{h\omega'}{c} \vec{n} + \frac{\mu \vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{cases}$$

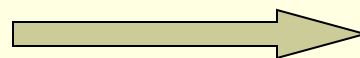


§ 1.2 光的波粒二象性 (续10)

能量守恒： $\hbar\omega + \mu c^2 = \hbar\omega' + \frac{\mu c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$

动量守恒： $\frac{\hbar\omega}{c} = \frac{\hbar\omega'}{c} \cos\theta + \frac{\mu v}{\sqrt{1-\beta^2}} \cos\theta'$

$$0 = \frac{\hbar\omega'}{c} \sin\theta + \frac{\mu v}{\sqrt{1-\beta^2}} \sin\theta'$$

消除 v 与 θ' 

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$$

$$\lambda' = \frac{2\pi c}{\omega'}$$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{4\pi\hbar}{\mu c} \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

散射波的波长随散射角 θ 的增加而增大，与实验结果完全符合。

§ 1.2 光的波粒二象性 (续II)

康普顿散射实验的意义：

康普顿散射进一步证实了光子论（光的量子性），证明了光子能量、动量表示式的正确性，光确实具有波粒二象性。另外证明在光电相互作用的过程中严格遵守能量、动量守恒定律。

1923年威尔逊云室实验观测到了反冲电子轨迹；验证了康普顿解释

康普顿和威尔逊合得1927年诺贝尔物理学奖

§ 1.2 光的波粒二象性 (续12)

小结：以上三个问题，都属于经典物理（实际上是经典电磁波理论）所遇到的困难，解决困难的共同点就是电磁波的能量不再看作是连续的，而必须看成是能量量子化的。从这点上来说，上述三个问题都体现了光的粒子性，但不能否定光的波动性，因波动早被光的干涉，衍射等现象证实，因此，概括起来，光具有波动和粒子二重性质，**称为光的波粒二象性。**

作为粒子的能量 E 和动量 $\vec{P}$ 与波动的频率 ω 和波矢 $\vec{k}$ 由 **Planck-Einstein** 方程联系起来。

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

$$\vec{P} = \frac{h}{\lambda} \vec{n} = \hbar \vec{k}$$

Planck-Einstein方程

§ 1.2 光的波粒二象性(续13)

另一方面我们也看到，在新的理论中，Planck 常数 h 起着关键作用，当 h 的作用可以略去时，经典理论是适用的，当 h 的作用不可忽略时，经典理论不再适用。因此，凡是 h 起重要作用的现象都称为量子现象。

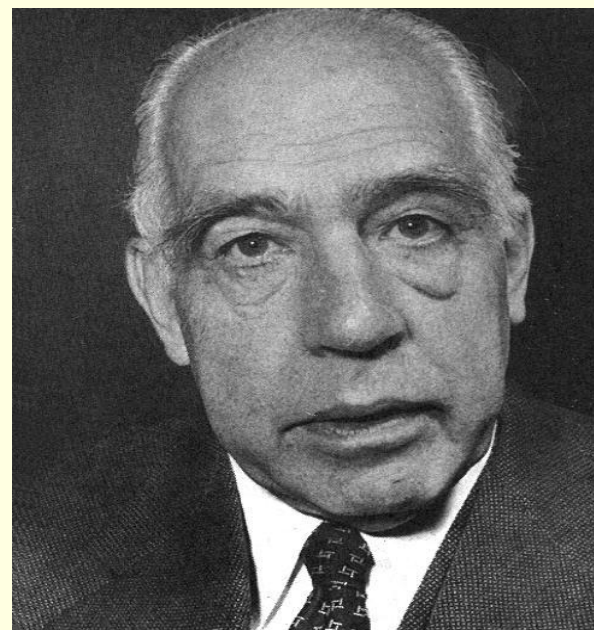
Planck常数： $h = 6.62559 \times 10^{-34} J \cdot S$

§ 1.3. 粒子的波粒二象性

前面已经看到，经典物理的另一类困难来自原子结构和原子谱线。由经典的力学和电磁理论得不到稳定结构的原子和离散的原子谱线

一. 原子结构的玻尔理论

1912年，时年27岁的丹麦物理学家玻尔 (Bohr) 来到卢瑟福 (Rutherford) 实验室对原子结构的谱线进行研究，为解释氢原子的辐射光谱，1913年提出原子结构的半经典理论，其假设有两点：



获得1922年诺贝尔物理学奖

1. 玻尔假设

(1) 特定的定态轨道

轨道量子化条件：

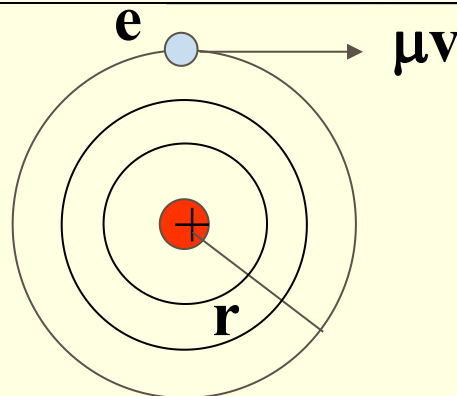
电子的角动量 L 只能取 $\hbar$ 的整数倍，即

$$L = n\hbar \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(2) 定态跃迁频率

原子处于定态时不辐射，但是因某种原因，电子可以从一个能级 E_n 跃迁到另一个较低（高）的能级 E_m ，同时将发射（吸收）一个光子。光子的频率为：

$$\nu = \frac{E_m - E_n}{h}$$



2. 玻尔理论对氢原子光谱的解释

氢原子中的电子绕核作圆周运动

向心力

$$\frac{\mu v^2}{r} = \frac{e_s^2}{r^2}$$

库仑力

$$\left(e_s^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)$$

角动量 $L = \mu r v = n\hbar \quad \longrightarrow \quad v = \frac{n\hbar}{\mu r}$

能量 $E = T + U = \frac{1}{2} \mu v^2 - \frac{e_s^2}{r} = -\frac{\mu e_s^4}{2n^2 \hbar^2} \equiv E_n$

里德伯方程：

$$\nu = \frac{E_m - E_n}{h} = Rc \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

里德伯常数

$$R = \frac{\mu e_s^4}{4\pi \hbar^3 c} = 1.09677576 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

与实验完全一致

3. 量子化条件的推广

由理论力学知，若将角动量 L 选为广义动量，则 θ 为广义坐标。考虑积分并利用 Bohr 提出的量子化条件，有

$$\oint L d\theta = n\hbar \oint d\theta = 2\pi n\hbar = nh$$

索末菲将 Bohr 量子化条件推广为推广后的量子化条件可用于多自由度情况，

$$\oint P_i dq_i = n_i h$$

这样索末菲量子化条件不仅能解释氢原子光谱，而且对于只有一个电子（Li, Na, K 等）的一些原子光谱也能很好的解释。

对玻尔理论的评价

成功地解释了原子的稳定性、大小及氢原子光谱的规律性。定态假设（定态具有稳定性和确定的能量值）依然保留在近代量子论中。为人们认识微观世界和建立量子理论打下了基础。

玻尔理论无法克服的困难

- (1) 只能解释氢原子及碱金属原子的光谱，而不能解释含有两个电子或两个电子以上价电子的原子的光谱。
- (2) 只能给出氢原子光谱线的频率，而不能计算谱线的强度及这种跃迁的几率，更不能指出哪些跃迁能观察到以及哪些跃迁观察不到。
- (3) 只能讨论束缚态而不能讨论散射态。

玻尔理论是经典与量子的混合物，它保留了经典的确定性轨道，另一方面又假定量子化条件来限制电子的运动。它不能解释稍微复杂的原子问题，并没有成为一个完整的量子理论体系，是半经典量子理论。正是这些困难，迎来了物理学的大革命。

二. 德布罗意假设——微粒的波粒二象性

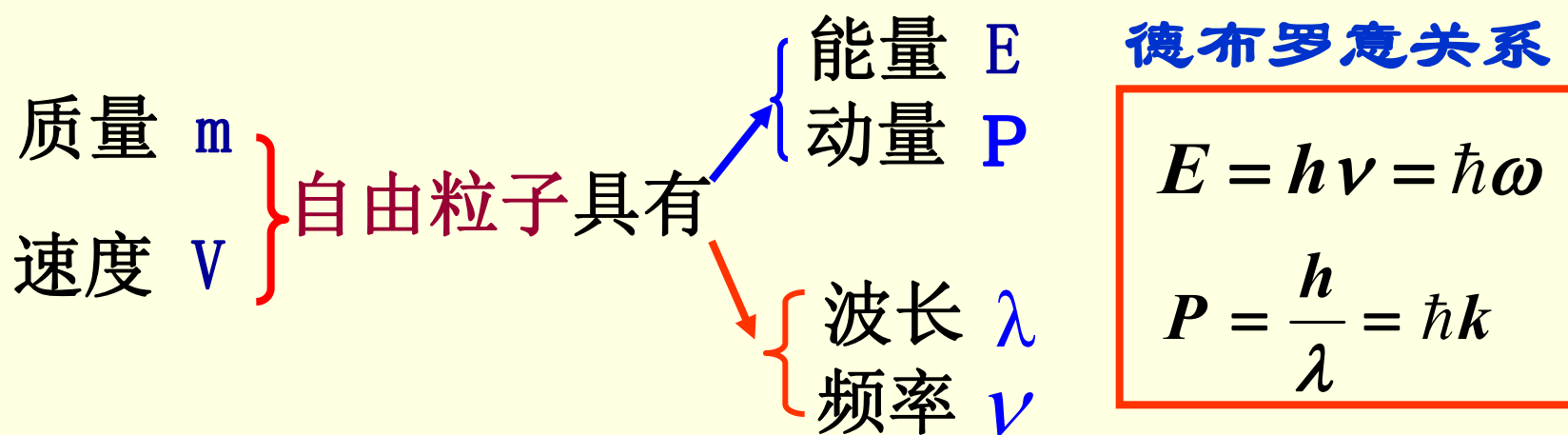
德布罗意假设 (de-Broglie assumption)

1924年，时为研究生的青年物理学家德布罗意在Einstein光量子理论的启发下，注意到经典理论在处理电子，原子等实物粒子方面所遇到的困难，是否会是经典理论走了另一个极端，即仅注意到粒子性一方面，而忽视了其波动性一方面。



§ 1.3 粒子的波粒二象性 (续7)

于当年向巴黎大学理学院提交的博士论文中提出：
在光学上，比起波动研究来，过于忽略了粒子的一面；在物质理论上，是否发生了相反的错误，是不是我们把粒子的图象想得太多，而过于忽略了波的图象。指出一切物质粒子（原子、电子、质子等）都具有粒子性和波动性，在一定条件下，表现出粒子性，在另一些条件下体现出波动性。



微观粒子的状态用波函数描述

例如：自由粒子的能量 E 和动量 $\vec{p}$ 为常量，与它相联系的波是 E 和 $\vec{p}$ 都不变的平面单色波：

$$\psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = Ae^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} = Ae^{i\frac{1}{\hbar}(\vec{p} \cdot \vec{r} - Et)}$$

**称 为
德布罗意波**

讨论： 能量为 E 的自由粒子的德布罗意波的波长

$$E = \frac{p^2}{2\mu}$$

$$p = \frac{h}{\lambda}$$



$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\mu E}}$$

Ex.1 求经电势差为 V 伏特的电场加速后的电子的波长。

能量 $E = eV$

$$\therefore \lambda = \frac{h}{\sqrt{2\mu eV}} = \frac{12.25}{\sqrt{V}} (\text{\AA})$$

$$e = 1.60210(2) \times 10^{19} \text{ 库仑}$$

$$m_e = 9.10908(13) \times 10^{-31} \text{ 千克}$$

$$h = 6.62559 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

若 $V=150$ 伏, $\lambda = 1\text{\AA} = 10^{-10} \text{ m} = 0.1 \text{ 纳米}$

若 $V=100000$ 伏, $\lambda = 4 \times 10^{-3} \text{ 纳米}$

$$(1 \text{ 纳米} = 10^{-9} \text{ m})$$

电子波长比可见光的波长 ($\lambda \sim 10^{-7}\text{m}$) 小5个数量级，比原子的半径 (0.1 – 0.2纳米) 还小得多。

Ex.2 求飞行的子弹 $m=10^{-2}\text{kg}$ ，速度 $V=5.0\times 10^2\text{m/s}$ 对应的德布罗意波长

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = \frac{h}{mv} = 1.3 \times 10^{-25} \text{ nm}$$

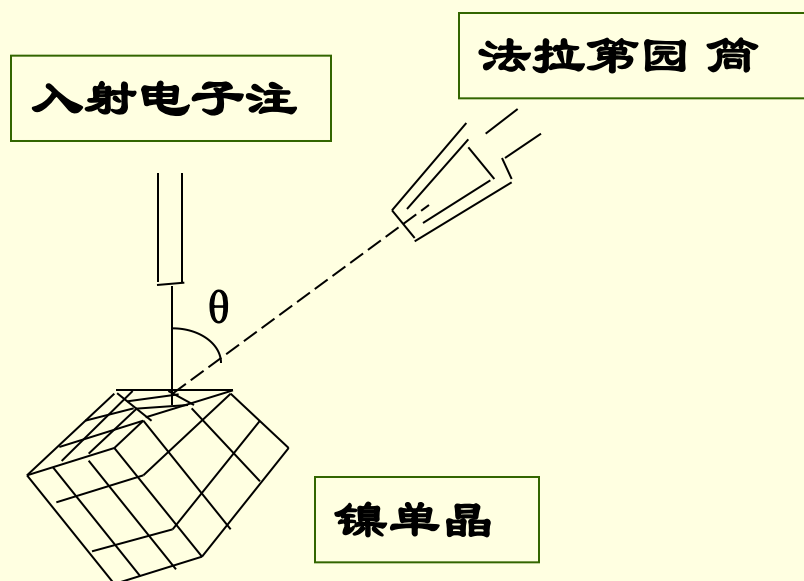
波长太小，在宏观上测不到！

三. 理论在现代科技上的应用举例

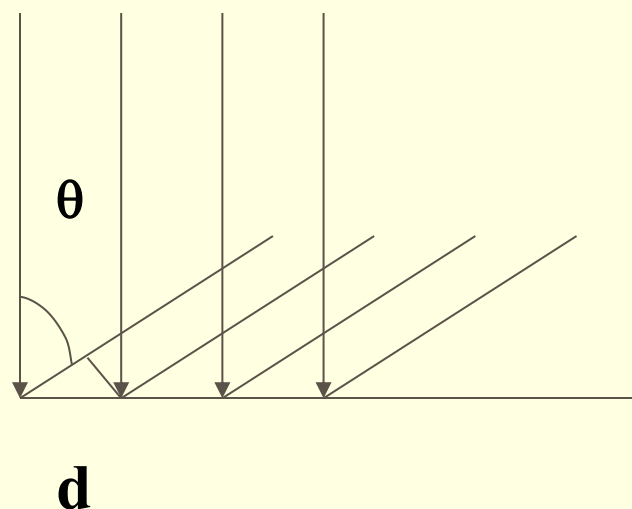
1931德国柏林大学鲁斯卡 (E-Ruska) 博士发明了世界上第一台透射式电子显微镜，一开始只能放大几百倍。到1933年很快提高到一万倍以上，分辨率达 10^{-5} mm (人眼的分辨率0.2mm，光学分辨率为 10^{-4} mm)。目前，电子显微镜放大倍数已达到百万倍以上，分辨率小于0.1纳米，通过电子显微镜，人们可看到病毒和细菌内部以及原子结构内部，使化学、生物工程，遗传工程和材料工程等得以深入发展。

四. 德布罗意假设的实验验证

de Broglie 波1924年提出后，1927-1928年由戴维逊(Davisson) 和革末(Germer) 以及汤姆逊(G. P. Thomson) 的电子衍射实验所证实。



戴维逊-革末实验



汤姆逊实验

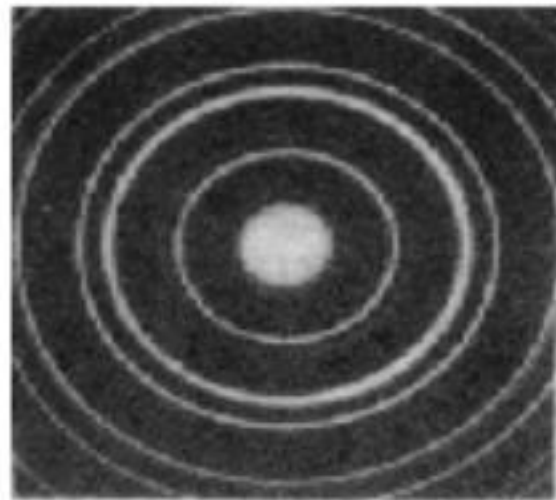
实验结果

散射电子束的强度随散射角 θ 而改变，当 θ 取某些确定值时，强度有最大值。与X射线的衍射现象相同，充分说明电子有波动性。根据衍射理论，衍射最大值

$$n\lambda = d \sin \theta$$

由此算出的电子的德布罗意波长与德布罗意关系结果一致

电子不仅在反射时有衍射现象，**汤姆逊实验**验证了电子在穿过金属片后也象X射线一样产生衍射现象。

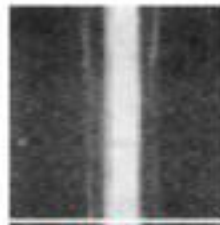


衍射图象

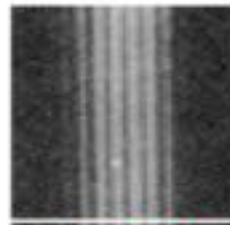
(汤姆逊1927)

戴维逊和汤姆逊因验证电子的波动性分享1937年的物理学诺贝尔奖金。

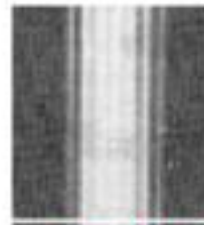
电子狭缝衍射图



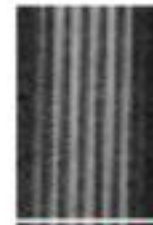
单缝



双缝



三缝



四缝

早期量子论：{ 普朗克的能量子假设
爱因斯坦的光子说、康普顿效应
玻尔的氢原子模型、量子态

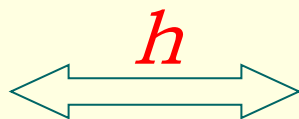
经典物理中的波和粒子，光的波粒二象性

经典物理：证实了光的波动性

早期量子论：证实光的波粒二象性

波动性

(ν, λ)



微粒性

(ε, p, m)

$$\varepsilon = h\nu$$

$$P = \frac{h}{\lambda}$$

第一章 小结(续)

德布罗意关系

$$E = h \nu = \hbar \omega$$

$$P = \frac{h}{\lambda} = \hbar k$$

德布罗意波

$$\psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = A e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} = A e^{i \frac{1}{\hbar}(\vec{p} \cdot \vec{r} - E t)}$$

思考题

1. Planck为何？又如何提出“能量子”假设的？一个“能量子”的能量是多少？
2. Einstein为何？又如何提出“光量子”假设的？写出一个光子的能量与动量，即给出Planck-Einstein关系。
3. 德布罗意为何？又如何提出微观粒子波动性的？写出德布罗意自由粒子的平面波，德布罗意关系式。
4. 粒子的波动性的实验验证就你所知道的有哪些？

5. 对于自由粒子, $p = mv$, $E = \frac{p^2}{2m}$, 若用下式计算

$$\hbar k = \hbar \frac{\omega}{v} = \frac{E}{v} = \frac{p^2}{2m} = \frac{p}{2}$$

所得结果与德布罗意假设矛盾，试说明错误所在。

周世勋《量子力学教程》：

(P₁₅) 1.2 、 1.4 、 1.5