

## 中国科学院大学硕士研究生入学考试

### 《数学与物理综合》考试大纲

本《数学与物理综合》考试大纲适用于中国科学院大学硕士研究生入学考试。数理综合对应的是大学本科微积分、线性代数、普通物理等数理基础课程。要求考生能准确理解基本概念，熟练掌握各种运算和基本的计算、论证技巧，具有综合运用所学知识分析和解决问题的能力。

#### 一、考试基本要求

要求考生比较系统地理解微积分、线性代数、普通物理的基本概念和基本理论，掌握相应的基本思想和方法。要求考生具有抽象思维能力、逻辑推理能力、运算能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力。

#### 二、考试方法和考试时间

数理综合考试采用闭卷笔试形式，满分为150分，考试时间为180分钟。

#### 三、数学部分考试内容

##### (一) 微积分部分

##### 1、实数集与函数

- (1) 实数
- (2) 数集·确界原理
- (3) 函数概念
- (4) 具有某些特性的函数

##### 2、数列极限

- (1) 数列极限概念
- (2) 收敛数列的性质
- (3) 数列极限存在的条件

##### 3、函数极限

- (1) 函数极限概念

- (2) 函数极限的性质
- (3) 函数极限存在的条件
- (4) 两个重要的极限
- (5) 无穷小量与无穷大量

#### 4、函数的连续性

- (1) 连续性概念
- (2) 连续函数的性质
- (3) 初等函数的连续性

#### 5、导数和微分

- (1) 导数的概念
- (2) 求导法则
- (3) 参变量函数的导数
- (4) 高阶导数
- (5) 微分

#### 6、微分中值定理及其应用

- (1) 拉格朗日定理和函数的单调性
- (2) 柯西中值定理和不定式极限
- (3) 泰勒公式
- (4) 函数的极值与最大（小）值
- (5) 函数的凸性与拐点
- (6) 函数图像的讨论
- (7) 方程的近似解

#### 7、实数的完备性

- (1) 关于实数集完备性的基本定理
- (2) 上极限和下极限

#### 8、不定积分

- (1) 不定积分概念与基本积分公式
- (2) 换元积分法与分部积分法
- (3) 有理函数和可化为有理函数的不定积分

#### 9、定积分

- (1) 定积分概念
- (2) 牛顿—莱布尼茨公式
- (3) 可积条件
- (4) 定积分的性质
- (5) 微积分学基本定理•定积分计算（续）
- (6) 可积性理论补叙

#### 10、定积分的应用

- (1) 平面图形的面积
- (2) 由平行截面面积求体积
- (3) 平面曲线的弧长与曲率
- (4) 旋转曲面的面积
- (5) 定积分在物理中的某些应用
- (6) 定积分的近似计算

#### 11、反常积分

- (1) 反常积分概念
- (2) 无穷积分的性质与收敛判别
- (3) 瑕积分的性质与收敛判别

#### 12、数项级数

- (1) 级数的收敛性
- (2) 正项级数
- (3) 一般项级数

#### 13、函数列与函数项级数

- (1) 一致收敛性
- (2) 一致收敛函数列与函数项级数的性质

#### 14、幂级数

- (1) 幂级数
- (2) 函数的幂级数展开
- (3) 复变量的指数函数·欧拉公式

#### 15、傅里叶级数

- (1) 傅里叶级数
- (2) 以  $2\pi$  为周期的函数的展开式
- (3) 收敛定理的证明

#### 16、多元函数的极限与连续

- (1) 平面点集与多元函数
- (2) 二元函数的极限
- (3) 二元函数的连续性

#### 17、多元函数微分学

- (1) 可微性
- (2) 复合函数微分法
- (3) 方向导数与梯度
- (4) 泰勒公式与极值问题

#### 18、隐函数定理及其应用

- (1) 隐函数

- (2) 隐函数组
- (3) 几何应用
- (4) 条件极值

#### 19、含参量积分

- (1) 含参量正常积分
- (2) 含参量反常积分
- (3) 欧拉积分

#### 20、曲线积分

- (1) 第一型曲线积分
- (2) 第二型曲线积分

#### 21、重积分

- (1) 二重积分的概念
- (2) 直角坐标系下二重积分的计算
- (3) 格林公式·曲线积分与路线的无关性
- (4) 二重积分的变量变换
- (5) 三重积分
- (6) 重积分的应用
- (7)  $n$  重积分
- (8) 反常二重积分
- (9) 在一般条件下重积分变量变换公式的证明

#### 22、曲面积分

- (1) 第一型曲面积分
- (2) 第二型曲面积分
- (3) 高斯公式与斯托克斯公式
- (4) 场论初步

#### 23、向量函数微分学

- (1)  $n$  维欧氏空间与向量函数
- (2) 向量函数的微分
- (3) 反函数定理和隐函数定理

### (二) 线性代数部分

#### 1、代数的起源

- (1) 简谈代数，线性方程初步
- (2) 低阶行列式
- (3) 集合与映射
- (4) 等价关系与商映射
- (5) 置换

(6) 整除

2、矩阵

- (1) 行和列的向量空间
- (2) 矩阵的秩
- (3) 线性映射，矩阵的乘法

3、行列式

- (1) 行列式、构造和基本性质
- (2) 行列式进一步性质
- (3) 行列式的应用
- (4) 行列式的公理化构造

4、群、环、域

- (1) 具有代数运算的集合
- (2) 群
- (3) 环和域

5、多项式

- (1) 多项式环
- (2) 多项式环中的因式分解
- (3) 多项式的根
- (4) 对称多项式

6、空间与形式

- (1) 抽象向量空间、维数与基底
- (2) 对偶空间
- (3) 双线性型和二次型

7、线性算子

- (1) 向量空间的线性映射、算子代数
- (2) 不变子空间与特征向量
- (3) 若尔当标准型

8、带有纯量乘积的向量空间

- (1) 欧几里得向量空间
- (2) 埃尔米特向量空间
- (3) 带有纯量乘积的空间上的线性算子
- (4) 复化与实化
- (5) 正交多项式

9、仿射空间与欧几里得空

- (1) 仿射空间、欧几里得空间
- (2) 群与几何

(3) 带有指数有限度量的空间

#### 10、二次曲面

- (1) 二次函数
- (2) 仿射空间与欧几里得空间中的二次曲面
- (3) 射影空间及其中的二次曲面

#### 11、张量

- (1) 张量计算初步
- (2) 张量的卷积，对称化与交错化
- (3) 外代数

### (三) 参考书目

- 1、华东师范大学数学系，《数学分析》(第四版)，高等教育出版社，2010。
- 2、柯斯特利金，《代数学引论》第1卷(第2版)，第2卷(第3版)，高等教育出版社。
- 3、B. A. 卓里奇著，蒋铎、王昆扬、周美珂、邝荣雨译，《数学分析》，高等教育出版社。

## 四、物理部分考试内容

大学《普通物理》课程的基本内容，包含力学、热学、光学、电磁学和原子物理学等。

### (一) 力学

#### 1、质点运动学

- (1) 空间和时间
- (2) 矢径
- (3) 参考系
- (4) 运动方程
- (5) 瞬时速度
- (6) 瞬时加速度
- (7) 切向加速度
- (8) 法向加速度
- (9) 圆周运动
- (10) 运动的相对性

#### 2、质点动力学

- (1) 惯性参照系及力学相对性原理
- (2) 牛顿运动定律
- (3) 功
- (4) 功率
- (5) 质点的动能

- (6) 动能定理
- (7) 弹性势能
- (8) 重力势能
- (9) 保守力
- (10) 惯性力
- (11) 功能原理
- (12) 机械能守恒与转化定律
- (13) 动量、冲量、动量定理
- (14) 动量守恒定律

### 3、刚体的转动

- (1) 角速度矢量
- (2) 质心
- (3) 转动惯量
- (4) 有心力场中的质点运动
- (5) 转动动能
- (6) 转动定律
- (7) 力矩
- (8) 力矩的功
- (9) 转动动能定律
- (10) 刚体平面平行运动
- (11) 刚体的平衡
- (12) 角动量和冲量矩
- (13) 角动量定理
- (14) 角动量守恒定律
- (15) 对称性和守恒律

### 4、流体

- (1) 流体静力学
- (2) 流体动力学
- (3) 理想流体的定常流动
- (4) 黏性流体的流动

### 5、简谐振动和波

- (1) 运动学描述
- (2) 动力学分析
- (3) 振动方程
- (4) 旋转矢量表示法
- (5) 谐振动的能量
- (6) 谐振动的合成
- (7) 波的产生与传播
- (8) 面简谐波波动方程
- (9) 波的能量、能流密度
- (10) 波的叠加与干涉

- (11) 驻波
- (12) 多普勒效应
- (13) 真空中的电磁波

## 6、狭义相对论

- (1) 伽利略变换
- (2) 经典力学的时空观
- (3) 狭义相对论的相对性原理
- (4) 光速不变原理
- (5) 洛仑兹变换
- (6) 同时性的相对性
- (7) 狭义相对论的时空观
- (8) 狭义相对论的动力学
- (9) 相对论的质能守恒定律

## (二)热学

### 1、平衡态与状态方程

- (1) 状态参量与平衡态
- (2) 温度
- (3) 热力学第零定律
- (4) 温标
- (5) 状态方程
- (6) 物质的微观结构
- (7) 理想气体的微观模型
- (8) 温度的统计意义和微观解释
- (9) 理想气体的传热过程

### 2、平衡态系统的统计规律

- (1) 随机运动的统计规律
- (2) 布朗运动
- (3) 麦克斯韦速度、速率分布
- (4) 近独立子系统的最概然分布
- (5) 等概率原理
- (6) 麦克斯韦——玻尔兹曼分布
- (7) 分子的自由度
- (8) 能量均分定理
- (9) 气体的内能与热容
- (10) 量子气体

### 3、近平衡态中的输运过程

- (1) 有效碰撞界面与碰撞速度；
- (2) 平均碰撞频率与平均自由程；
- (3) 气体分子的自由程分布；
- (4) 粘滞现象、扩散现象、热量传递的宏观规律；



(5) 气体中输运现象的微观解释。

#### 4、热力学第一定律

- (1) 力学、热学作用下的能量转移
- (2) 内能
- (3) 热力学第一定律
- (4) 准静态过程
- (5) 热容
- (6) 焓
- (7) 循环过程
- (8) 卡诺循环及效率
- (9) 第一定律的状态函数表示
- (10) 第一定律的微观解释

#### 5、热力学第二定律

- (1) 热力学第二定律
- (2) 卡诺定律
- (3) 熵的概念
- (4) 熵的计算
- (5) 熵增加原理
- (6) 玻尔兹曼熵
- (7) 热力学第二定律的统计意义
- (8) 自由能、自由焓
- (9) 热力学方程
- (10) 热力学温标
- (11) 熵的标准参考点
- (12) 热力学第三定律

#### 6、液体

- (1) 液体的物性性质
- (2) 径向函数分析法
- (3) 表面张力与表面能
- (4) 拉普拉斯公式
- (5) 表面接触角
- (6) 毛细现象

#### 7、单元系统的复相平衡与相变

- (1) 相
- (2) 相变
- (3) 相平衡
- (4) 克拉伯龙方程
- (5) 汽液相变
- (6) 范德瓦耳斯等温线
- (7) 亚稳态

### (三) 光学

#### 1、光在各向同性介质界面上的反射和折射

- (1) 费马原理
- (2) 菲涅耳反射、折射公式
- (3) 反射率和透射率
- (4) 相位关系和半波损
- (5) 反射、折射时的偏振

#### 2、光的干涉

- (1) 光波的叠加和干涉
- (2) 分波前干涉和分振幅干涉
- (3) 等倾干涉和等厚干涉
- (4) 迈克耳孙干涉仪和马赫——曾德尔干涉仪
- (5) 多光束干涉

#### 3、光的衍射

- (1) 惠更斯——菲涅耳原理
- (2) 菲涅耳衍射
- (3) 夫琅禾费单缝衍射、多缝衍射和光栅
- (4) 全息术原理
- (5) 傅里叶光学

#### 4、光的偏振和光在晶体中的传播

- (1) 光的横波性和光的五种偏振态
- (2) 起偏振器与检偏振器
- (3) 双折射现象和偏振棱镜
- (4) 偏振光的干涉
- (5) 旋光性

#### 5、光的吸收、色散和散射

- (1) 光的吸收
- (2) 光的色散
- (3) 波包与群速

#### 6、光的量子性

- (1) 经典及普朗克黑体辐射理论
- (2) 光电效应
- (3) 光量子

### (四) 电磁学

#### 1、静电场

- (1) 库仑定律

- (2) 电场
- (3) 电场强度
- (4) 场强叠加原理
- (5) 静电场的高斯定理
- (6) 静电场的环路定理及电势
- (7) 带电体系的静电能

## 2、静电场中的导体和电介质

- (1) 静电场中的导体
- (2) 电容和电容器
- (3) 电介质的极化
- (4) 有介质时的静电场
- (5) 电场的能量和能量密度

## 3、恒定电流

- (1) 电流的连续性方程
- (2) 恒定条件
- (3) 欧姆定律
- (4) 电源和电动势

## 4、恒定磁场

- (1) 磁的基本现象和基本规律
- (2) 毕奥——萨伐尔定律
- (3) 磁场的“高斯定理”和“安培环路定律”
- (4) 安培定律；洛伦兹力

## 5、磁介质

- (1) 磁性的来源
- (2) 顺磁质
- (3) 抗磁质
- (4) 介质的磁化规律
- (5) 有磁介质存在时的磁场
- (6) 铁磁质
- (9) 磁场的边界条件和磁路定理

## 6、电磁感应

- (1) 电磁感应定律
- (2) 动生电动势
- (3) 感生电动势
- (4) 涡旋电场
- (5) 自感与互感
- (6) 暂态过程

## 7、麦克斯韦电磁场理论

- (1) 麦克斯韦电磁场方程组
- (2) 电磁波
- (3) 赫兹实验
- (4) 电磁场的能流密度

## (五) 原子物理

### 1、原子的核式模型

- (1) 原子的发现
- (2) 电子和原子核的发现
- (3) 卢瑟福模型和卢瑟福散射
- (4) 原子行星模型的意义和困难

### 2、波尔的氢原子理论

- (1) 氢原子光谱
- (2) 夫兰克——赫兹实验
- (3) 波尔的氢原子理论
- (4) 波尔理论的成功和局限

### 3、量子力学初步

- (1) 能量的量子化
- (2) 光子
- (3) 光电效应
- (4) 物质波
- (5) 波粒二相性
- (6) 薛定谔方程
- (7) 几率波
- (8) 海森堡不确定原理
- (9) 氢原子光谱的量子力学解释

### 4、原子中电子的自旋

- (1) 电子轨道运动的磁矩
- (2) 史特恩——盖拉赫实验
- (3) 电子的自旋假设
- (4) 原子光谱的精细结构：碱金属双线
- (5) 塞曼效应
- (6) 斯塔克效应

### 5、多电子原子

- (1) 氢原子的光谱和能级
- (2) 两个电子的耦合
- (3) 泡利不相容原理
- (4) 元素周期表

6、X射线和激光

- (1) X射线的原子起源
- (2) 康普顿散射
- (3) 原子的激发和退激：荧光和激光的产生机制

7、原子核物理初步

- (1) 原子核的辐射
- (2) 辐射探测
- (3) 原子核的结构
- (4) 核反应：裂变与聚变
- (5) 原子核物理应用

8、基本粒子物理简介

- (1) 强子与轻子
- (2) 介子与重子
- (3) 夸克
- (4) 四种基本相互作用
- (5) 物质与反物质
- (6) 粒子加速器与探测器

## (六) 参考书目

重点大学理科类普通物理教材。

编写单位：中国科学院大学

日期：2023年6月26日