

中国科学院 2010 年数学分析真题解析

1.(20 分) 计算:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\sin^2 x} \ln(1+t) dt}{\sqrt{1+x^4} - 1}$$

$$(2) \iint_{|x|+|y| \leq 1} |xy| dx dy$$

【解答】

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\sin^2 x} \ln(1+t) dt}{\sqrt{1+x^4} - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\sin^2 x} t dt}{\frac{1}{2} x^4} = 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} \sin^4 x}{x^4} = 1$$