

中国科学院 2007 年数学分析真题解析

1. 求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[e - \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \right]$ 。

【解答】

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[e - \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ex}{2x} = \frac{e}{2}$$

【备注 1】

$$\left(1 + \frac{1}{x} \right)^x - e = e^{\frac{\ln(1+x)}{x}} - e = e \left[e^{\frac{\ln(1+x)}{x} - 1} - 1 \right] \sim e \frac{\ln(1+x) - x}{x} \sim e \frac{-\frac{1}{2}x^2}{x} = -\frac{1}{2}ex$$

2. 设 $f(x) = \arctan x - \frac{\sqrt{3}}{4} \ln x$,