

中国科学院 2012 年高等数学乙真题解析

一. 选择题(本题满分 40 分，每小题 5 分)

(1) 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导且导函数连续， $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+2}{3x-\sin x} = 1$ ，则 $f'(0) = (\quad)$

(A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2

【解答】

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+2}{3x-\sin x} = 1$ ，故 $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x)+2] = 0$ ，即 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2$ 。 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可

导，故 $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = -2$ ，因此，

$$\begin{aligned} f'(0) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+2}{3x-\sin x} \cdot \frac{3x-\sin x}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+2}{3x-\sin x} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x-\sin x}{x} = 1 \cdot 2 = 2 \end{aligned}$$