

第一章 光的电磁波理论

1-1 计算由 $E = (-2i + 2\sqrt{3}j) \exp[i(\sqrt{3}x + y + 6 \times 10^8 t)]$ 表示的平面波电矢量的振动方向、传播方向、相位速度、振幅、频率、波长。

解：由题意： $E_x = -2e^{i(\sqrt{3}x + y + 6 \times 10^8 t)}$

$$E_y = 2\sqrt{3}e^{i(\sqrt{3}x + y + 6 \times 10^8 t)}$$

$$\therefore \frac{E_y}{E_x} = -\sqrt{3} \quad \therefore \text{振动方向为: } -\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j}$$

由平面波电矢量的表达式： $k_x = \sqrt{3}$ $k_y = 1$

\therefore 传播方向为： $\sqrt{3}\vec{i} + \vec{j}$

平面电磁波的相位速度为光速： $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

振幅： $E_0 = \sqrt{E_{0x}^2 + E_{0y}^2} = \sqrt{(-2)^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4 \text{ V/m}$
<http://shop59350285.taobao.com>

$$\text{频率: } f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{6 \times 10^8}{2\pi} = \frac{3}{\pi} \times 10^8 \text{ Hz}$$

$$\text{波长: } \lambda = \frac{c}{f} = \pi \text{ m}$$

1-2. 光学教程 例 4.2

1-3. 试确定下列各组光波表示式所代表的偏振态：

$$(1) E_x = E_0 \sin(\omega t - kz), E_y = E_0 \cos(\omega t - kz)$$

科大科院考研网专业提供中科大中科院考研资料 www.kaoyancas.com QQ985673089

$$(2) E_x = E_0 \cos(\omega t - kz), E_y = E_0 \cos(\omega t - kz + \pi/4)$$

$$(3) E_x = E_0 \sin(\omega t - kz), E_y = -E_0 \sin(\omega t - kz)$$

解：(1) $\because E_x = E_0 \sin(\omega t - kz) = E_0 \cos(\omega t - kz - \frac{\pi}{2})$

$$\therefore \varphi = \varphi_y - \varphi_x = \frac{\pi}{2}$$

\therefore 为右旋圆偏振光。

$$(2) \varphi = \varphi_y - \varphi_x = \frac{\pi}{4}$$

\therefore 为右旋椭圆偏振光，椭圆长轴沿 $y = x$

$$(3) \varphi = \varphi_y - \varphi_x = 0$$

\therefore 为线偏振光，振动方向沿 $y = -x$

1-6. 在椭圆偏振光中，设椭圆的长轴与 x 轴的夹角为 α ，椭圆的长、短轴各为 $2a_1$ 、 $2a_2$ ， E_x 、 E_y 的相位差为 φ 。求证： $\tan 2\alpha = \frac{2E_{y0} E_{x0} \cos \varphi}{E_{x0}^2 - E_{y0}^2}$

证：由图可以看出： $\tan \alpha = \frac{a_2}{a_1}$ ， 所以： $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2a_2/a_1}{1 - (a_2/a_1)^2} = \frac{2a_1 a_2}{a_1^2 - a_2^2}$
<http://shop59350285.taobao.com>

若要求证 $\tan 2\alpha = \frac{2E_{y0} E_{x0} \cos \varphi}{E_{x0}^2 - E_{y0}^2}$ ， 可以按以下方法计算：

$$\text{设 } \begin{cases} E_x = E_{x0} \cos(\omega t + \varphi) \\ E_y = E_{y0} \cos(\omega t) \end{cases} \text{ 可得:}$$

$$\left(\frac{E_x}{E_{x0}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{y0}}\right)^2 - 2 \frac{E_x}{E_{x0}} \frac{E_y}{E_{y0}} \cos \varphi = \sin^2 \varphi$$

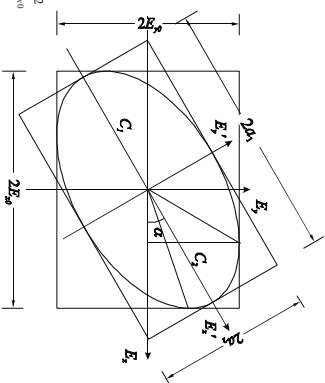
进行坐标变换：

$$\begin{cases} E_x = E_x' \cos \alpha - E_y' \sin \alpha \\ E_y = E_x' \sin \alpha + E_y' \cos \alpha \end{cases}$$

代入上面的椭圆方程：

$$(E_x')^2 \cos^2 \alpha + E_y'^2 \sin^2 \alpha - 2E_x' E_y' \sin \alpha \cos \alpha E_{x0} E_{y0} + (E_x')^2 \sin^2 \alpha + E_y'^2 \cos^2 \alpha + 2E_x' E_y' \sin \alpha \cos \alpha E_{x0} E_{y0} - 2(E_x' \sin \alpha \cos \alpha - E_y' \sin \alpha \cos \alpha + E_x' E_y' \cos^2 \alpha - E_x' E_y' \sin^2 \alpha) E_{x0} E_{y0} \cos \varphi = E_{x0}^2 E_{y0}^2 \sin^2 \varphi$$

$$(E_x')^2 \cos^2 \alpha + E_y'^2 \sin^2 \alpha - E_x' E_y' \sin 2\alpha E_{x0} E_{y0} + (E_x')^2 \sin^2 \alpha + E_y'^2 \cos^2 \alpha + E_x' E_y' \sin 2\alpha E_{x0} E_{y0} - ((E_x')^2 - E_y'^2) \sin 2\alpha + 2E_x' E_y' \cos 2\alpha E_{x0} E_{y0} \cos \varphi = E_{x0}^2 E_{y0}^2 \sin^2 \varphi$$



1-4 题图

$$E_x'^2(E_{y0}^2 \cos^2 \alpha + E_{z0}^2 \sin^2 \alpha - E_{x0} E_{y0} \sin 2\alpha \cos \varphi) + E_y'^2(E_{x0}^2 \sin^2 \alpha + E_{z0}^2 \cos^2 \alpha + E_{x0} E_{y0} \sin 2\alpha \cos \varphi)$$

$$E_x' E_y' [(E_{y0}^2 - E_{z0}^2) \sin 2\alpha - 2E_{x0} E_{y0} \cos 2\alpha \cos \varphi] = E_{z0}^2 E_{y0}^2 \sin^2 \varphi$$

在 $(E_{x0}^2 - E_{y0}^2) \sin 2\alpha - 2E_{x0} E_{y0} \cos 2\alpha \cos \varphi = 0$ 时，即交叉项系数为零时，这时的 E_x' 、 E_y' 轴即为椭圆的长轴和短轴。

$$\text{由 } (E_{x0}^2 - E_{y0}^2) \sin 2\alpha - 2E_{x0} E_{y0} \cos 2\alpha \cos \varphi = 0 \text{ 解得:}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_x' E_y'}{E_{x0}^2 - E_{y0}^2} \cos \varphi$$

1-7. 已知冕牌玻璃对 $0.3988 \mu\text{m}$ 波长光的折射率为 $n=1.52546$, $dn/d\lambda = -0.126 \mu\text{m}^{-1}$, 求光在该玻璃中的相速度和群速度。

解：相速度： $v = \frac{c}{n} = \frac{3 \times 10^8}{1.52546} = 1.96662 \times 10^8 \text{ m/s}$

群速度：

$$v_g = v(1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda}) = 1.96662 \times 10^8 \times (1 - \frac{0.3988}{1.52546} \times 0.126) = 1.9018 \times 10^8 \text{ m/s}$$

1-8. 试计算下面两种色散规律的群速度（表示式中 v 是相速度）：

(1) 电离层中的电磁波， $v = \sqrt{c^2 + b^2 \lambda^2}$ ，其中 c 是真空中光速， λ 是介质中的电磁波长， b 是常数；<http://shop59350285.taobao.com>

(2) 充满色散介质 ($\epsilon = \epsilon(\omega)$, $\mu = \mu(\omega)$) 的直波导管中的电磁波，

$v = c\omega / \sqrt{\omega^2 \epsilon \mu - c^2 a^2}$ ，其中 c 是真空中光速， a 是与波导管截面有关的常数。

解：(1) $\because k = \omega/v$

$$\therefore v_g = \frac{d(kv)}{dk} = v + k \frac{dv}{dk}$$

$$\therefore k = 2\pi/\lambda$$

$$\therefore dk = -(2\pi/\lambda^2)d\lambda$$

$$\therefore v_g = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} = v - \lambda \frac{b^2 \lambda}{\sqrt{c^2 + b^2 \lambda^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{c^2 + b^2 \lambda^2}}{\sqrt{c^2 + b^2 \lambda^2}} - \frac{b^2 \lambda^2}{\sqrt{c^2 + b^2 \lambda^2}} = \frac{c^2}{\sqrt{c^2 + b^2 \lambda^2}} = \frac{c^2}{v}$$

$$(2) \therefore \frac{dv}{dk} = \frac{dv}{d\omega} \frac{d\omega}{dk} = v_g \frac{d\omega}{d\omega}$$

$$\therefore v_g = v + kv_g \frac{d\omega}{d\omega} = v + \frac{\omega}{v} \frac{dv}{d\omega}$$

$$\therefore v_g = \frac{v}{1 - \frac{\omega}{v} \frac{dv}{d\omega}}$$

科大科院考研网专业提供中科大中科院考研资料 www.kaoyancas.com QQ985673089

$$\therefore v = c\omega / \sqrt{\omega^2 \epsilon \mu - c^2 a^2} \quad \therefore \frac{dv}{d\omega} = -c \frac{1}{2} \frac{d(\epsilon \mu) + c^2 a^2}{(\omega^2 \epsilon \mu - c^2 a^2)^{3/2}}$$

$$\therefore v_g = \frac{v}{1 - \frac{1}{\omega^3} \frac{d(\epsilon \mu)}{d\omega} + c^2 a^2} = \frac{v}{1 + \frac{c\omega}{2} \frac{d\omega}{d\omega} \frac{1}{\omega^3} \frac{d(\epsilon \mu)}{d\omega} + \frac{1}{\omega^3} \frac{d(\epsilon \mu)}{d\omega} + c^2 a^2} = \frac{v}{(\omega^2 \epsilon \mu - c^2 a^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{v \cdot (\frac{c\omega}{v})^2}{\frac{c^2}{v} \frac{1}{\omega^3} \frac{d(\epsilon \mu)}{d\omega}} = \frac{1}{\omega^2 \epsilon \mu + \frac{1}{\omega^3} \frac{d(\epsilon \mu)}{d\omega}}$$

1-14. 产生圆偏振光的穆尼菱体如图所示，若菱体的折射率为 1.65，求顶角 A 。解：光束经过两次全反射，每次反射后 s 波和 p 波之间的位相差为：

$$\Delta\varphi = 2 \arctan \frac{\cos \theta_1 \sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2}}{\sin^2 \theta_1}$$

其中 θ_1 是入射角， n 为相对折射率： $n = \frac{1}{1.65} = 0.606$

出射后产生圆偏振光，则需要： $2\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$

$$\therefore \frac{\cos \theta_1 \sqrt{\sin^2 \theta_1 - 0.606^2}}{\sin^2 \theta_1} = \tan \frac{\pi}{8}$$

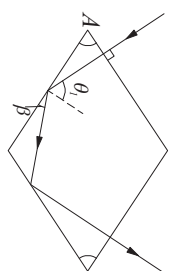
解得： $\theta_1 = 59.7^\circ$ 或 $\theta_1 = 40.6^\circ$

\therefore 要发生两次全反射，则： $\beta \leq A$

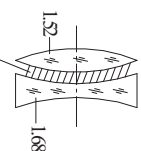
由图中几何关系可知： $A = \theta_1 \quad \beta = 90^\circ - \theta_1$

$\therefore \theta_1 \geq 45^\circ \quad \therefore \theta_1 = 40.6^\circ$ 不合题意

\therefore 顶角 A 为 59.7°



1-15. 望远镜之透镜为一双胶合透镜，其单透镜的折射率分别为 1.52 和 1.68，采用折射率为 1.60 的树脂胶合。向物镜胶合前后的反射光能损失分别为多少？（假设光束通过各反射面时接近正入射）



$$R_1 = \left(\frac{n_1 - 1}{n_1 + 1} \right)^2 = \left(\frac{1.52 - 1}{1.52 + 1} \right)^2 = 0.043$$

$$R_2 = \left(\frac{n_2 - 1}{n_2 + 1} \right)^2 = \left(\frac{1}{1.52} \right)^2 = 0.043$$

$$R_3 = \left(\frac{n_3 - 1}{n_3 + 1} \right)^2 = \left(\frac{1.68 - 1}{1.68 + 1} \right)^2 = 0.064$$

$$R_4 = \left(\frac{n_4 - 1}{n_4 + 1} \right)^2 = \left(\frac{1}{1.68} \right)^2 = 0.064$$

设入射到系统的光能为 W ，则通过该系统后的光能为：

$$W_1 = W(1 - 0.043)(1 - 0.064)(1 - 0.064) = 0.8W$$

∴ 光能损失为 20%

同理，玻合后各面的反射率为：

$$R_1 = 0.043 \quad R_2 = \left(\frac{n_2 - 1}{n_2 + 1} \right)^2 = \left(\frac{1.6 - 1}{1.52} \right)^2 = 0.00066$$

<http://shop59350285.taobao.com>

$$R_3 = \left(\frac{n_3 - 1}{n_3 + 1} \right)^2 = \left(\frac{1.68 - 1}{1.68 + 1} \right)^2 = 0.0006 \quad R_4 = 0.064$$

通过该系统后的光能为：

$$W_1 = W(1 - 0.043)(1 - 0.00066)(1 - 0.0006)(1 - 0.064) = 0.895W$$

∴ 光能损失为 10.5%

1-17 如图所示，光线穿过平行平板，由 n_1 进入 n_2 的界面振幅反射系数为 r ，透射系数为 t ，下表面的振幅反射系数为 r' ，透射系数为 t' 。试证明：相应于平行和垂直于图面振动的分量有：① $r_1 = -r_1'$ ，② $r_1' = -r_1'$ ，③ $t_1 \cdot t_1' + r_1^2 = 1$ ，④ $r_1'^2 + t_1 \cdot t_1' = 1$ ，⑤ $1 + r_1 \cdot r_1' = t_1 \cdot t_1'$ 。

证：依照 Fresnel's Formula.

$$\frac{E_{r0s}}{E_{i0s}} = -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \quad \frac{E_{t0e}}{E_{i0e}} = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$\frac{E_{r0s}}{E_{i0s}} = \frac{2 \cos \theta_1 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \quad \frac{E_{t0e}}{E_{i0e}} = \frac{2 \cos \theta_1 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2) \cos(\theta_1 - \theta_2)}$$

①、② 依据题意，介质平板处在同一种介质中，由 Fresnel's Formula 的前两项，可以看

科大科院考研网专业提供中科大中科院考研资料 www.kaoyancas.com QQ985673089

出不论从介质 1 到介质 2，还是由介质 2 到介质 1 的反射，入射角和折射角调换位置后振幅反射率大小不变，要出一个负号，所以 $r_1 = -r_1'$ ， $r_1' = -r_1$ 。

$$\textcircled{3} t_1 \cdot t_1' = \frac{2 \cos \theta_1 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \cdot \frac{2 \cos \theta_2 \sin \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{\sin 2\theta_1 \sin 2\theta_2}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$r_1^2 = \frac{\sin^2(\theta_1 - \theta_2)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{(\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \cos \theta_1 \sin \theta_2)^2}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta_1 \cos^2 \theta_2 + \cos^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 - 2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$= \frac{(\sin \theta_1 \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \sin \theta_2)^2 - 4 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$= \frac{\sin^2(\theta_1 + \theta_2) - \sin 2\theta \sin 2\theta}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$= 1 - \frac{\sin 2\theta \sin 2\theta}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)} = 1 - t_1 \cdot t_1' \quad \text{所以 } t_1 \cdot t_1' + r_1^2 = 1。$$

$$\textcircled{4} t_1 \cdot t_1' = \frac{2 \cos \theta_1 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2) \cos(\theta_1 - \theta_2)} \cdot \frac{2 \cos \theta_2 \sin \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2) \cos(\theta_2 - \theta_1)} = \frac{\sin 2\theta \sin 2\theta}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2) \cos^2(\theta_1 - \theta_2)}$$

$$r_1'^2 = \frac{\tan^2(\theta_1 - \theta_2)}{\tan^2(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{\sin^2(\theta_1 - \theta_2) \cos^2(\theta_1 + \theta_2)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2) \cos^2(\theta_1 - \theta_2)}$$

$$1 - r_1'^2 = \frac{\sin^2(\theta_1 + \theta_2) \cos^2(\theta_1 - \theta_2) - \sin^2(\theta_1 - \theta_2) \cos^2(\theta_1 + \theta_2)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2) \cos^2(\theta_1 - \theta_2)}$$

<http://shop59350285.taobao.com>

$$= \frac{4(\sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_2 + \sin \theta_2 \cos^2 \theta_1 \cos \theta_2)(\sin \theta_1 \cos^2 \theta_2 \cos \theta_1 + \cos \theta_1 \sin \theta_1 \sin^2 \theta_2)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2) \cos^2(\theta_1 - \theta_2)}$$

$$= \frac{4 \sin \theta_2 \cos \theta_2 \sin \theta_1 \cos \theta_1}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2) \cos^2(\theta_1 - \theta_2)} = \frac{\sin 2\theta_2 \sin 2\theta_1}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2) \cos^2(\theta_1 - \theta_2)} = t_1 \cdot t_1' \quad \text{所以}$$

$$r_1'^2 + t_1 \cdot t_1' = 1。$$

⑤ 因为 $r_1 = -r_1'$ ，所以 $r_1 \cdot r_1' = -r_1^2 = t_1 \cdot t_1' - 1$ ，即得： $1 + r_1 \cdot r_1' = t_1 \cdot t_1'$ ，也可以按上述方法计算：

$$r_1 \cdot r_1' = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)} \cdot \frac{\tan(\theta_2 - \theta_1)}{\tan(\theta_2 + \theta_1)} = \frac{\tan^2(\theta_1 - \theta_2)}{\tan^2(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{\sin 2\theta_1 \sin 2\theta_2}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2) \cos^2(\theta_1 - \theta_2)}$$

1-20 如图，光束垂直入射到 45° 直角棱镜的一个侧面，光束经斜面反射后从第二个侧面透出。若入射光强为 I_0 ，问从棱镜透出的光束的强度为多少？设棱镜的折射率为 1.52，并且不考虑棱镜的吸收。

$$R_1 = \left(\frac{n_1 - 1}{n_1 + 1} \right)^2 = \left(\frac{1.52 - 1}{1.52 + 1} \right)^2 = 0.043$$

$$R_3 = \left(\frac{n_3 - 1}{n_3 + 1} \right)^2 = \left(\frac{1}{1.52} - 1 \right)^2 = 0.043$$

在第二个反射面即棱镜的斜面上，入射角为 45° 。全反射的临界角为：

$$\theta_c = \arcsin \frac{1}{1.52} = 41.14^\circ$$

∴在棱镜斜面上发生全反射，反射光强等于入射光强。

∴从棱镜透出的光束的强度为： $I' = I_0(1 - R_1)(1 - R_2) = 0.916I_0$

1-22. 如图，玻璃块周围介质的折射率为 1.4。若光束射向玻璃块的入射角为 60° ，问玻璃块的折射率至少应为多大才能使透入光束发生全发射？

解：设玻璃的折射率为 n_2 ，则发生全发射的临界角为： $\theta_c = \arcsin \frac{1.4}{n_2}$

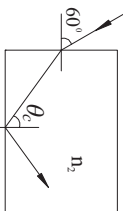
$$\therefore \cos \theta_c = \sqrt{1 - \left(\frac{1.4}{n_2} \right)^2}$$

由图中几何关系，折射角 $\theta_2 = 90^\circ - \theta_c$

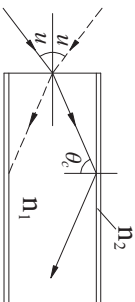
由折射定律： $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$

$$\therefore 1.4 \times \sin 60^\circ = n_2 \sin(90^\circ - \theta_c) = n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{1.4}{n_2} \right)^2}$$

$$\therefore n_2 = 1.85$$



1-25. 如图所示是一根直圆柱形光纤，光纤芯的折射率为 n_1 ，光纤包层的折射率为 n_2 ，并且 $n_1 > n_2$ 。(1) 证明入射光的最大孔径角 $2u$ 满足： $\sin u = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ ；(2) 若 $n_1 = 1.62$ ， $n_2 = 1.52$ ，最大孔径角为多少？



解：(1) 如图，为保证光线在光纤内的入射角大于临界角，必须使入射到光纤端面的光线限制在最大孔径角 $2u$ 范围内。由折射定律：

$$\sin u = n_1 \sin(90^\circ - \theta_c) = n_1 \cos \theta_c$$

$$\therefore \theta_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1} \quad \therefore \cos \theta_c = \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2}$$

科大科院考研网 专业提供中科大中科院考研资料 www.kaoyancas.com QQ985673089

$$\therefore \sin u = n_1 \cos \theta_c = n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

(2) 当 $n_1 = 1.62$ ， $n_2 = 1.52$ 时：

$$\sin u = \sqrt{1.62^2 - 1.52^2} = 0.56$$

∴最大孔径角为： $2u = 68^\circ$

1-26. 如图所示是一根弯曲的圆柱形光纤，光纤芯和包层的折射率分别为 n_1 和 n_2 ($n_1 > n_2$)，光纤芯的直径为 D ，曲率半径为 R 。(1) 证明入射光的最大孔径角 $2u$ 满足：

$\sin u = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \left(1 + \frac{D}{2R} \right)^2$ ；(2) 若 $n_1 = 1.62$ ， $n_2 = 1.52$ ， $D = 70 \mu\text{m}$ ， $R = 12 \text{mm}$ ，

则最大孔径角为多少？

解：在 $\triangle AOB$ 中，有：

$$\frac{\sin \theta_c}{R} = \frac{\sin(u' + 90^\circ)}{R + \frac{D}{2}} = \frac{\cos u'}{R + \frac{D}{2}}$$

$$\therefore \cos u' = \frac{R + \frac{D}{2}}{R} \sin \theta_c = \left(1 + \frac{D}{2R} \right) \sin \theta_c$$

∴

$$\sin u' = \sqrt{1 - \cos^2 u'} = \frac{R + \frac{D}{2}}{R} \sin \theta_c = \sqrt{1 - \left(1 + \frac{D}{2R} \right)^2 \sin^2 \theta_c}$$

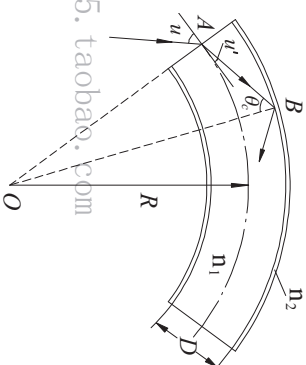
$$\therefore \sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \quad \therefore \sin u' = \sqrt{1 - \left(1 + \frac{D}{2R} \right)^2 \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2}$$

$$\therefore \sin u = n_1 \sin u' = n_1 \sqrt{1 - \left(1 + \frac{D}{2R} \right)^2 \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \left(1 + \frac{D}{2R} \right)^2$$

(2) 当 $n_1 = 1.62$ ， $n_2 = 1.52$ ， $D = 70 \mu\text{m}$ ， $R = 12 \text{mm}$ 时：

$$\sin u = \sqrt{1.62^2 - 1.52^2} \left(1 + \frac{70 \times 10^{-3}}{2 \times 12} \right)^2 = 0.548$$

∴最大孔径角为： $2u = 66.47^\circ$



第二章 光的干涉

5-1 波长为 589.3nm 的钠光照射在一双缝上，在距双缝 200cm 的观察屏上测量 20 个条纹共宽 3cm，试计算双缝之间的距离。

解：由题意，条纹间距为： $e = \frac{3}{20} = 0.15\text{cm}$

$$\therefore \text{双缝间距为：} d = \frac{D\lambda}{e} = \frac{200 \times 589.3 \times 10^{-9}}{0.15} \approx 0.79 \times 10^{-3} \text{m}$$

2-3. 如图所示，两相干平面光波的传播方向与干涉场法线的夹角分别为 θ_0 和 θ_R ，试求干涉场上的干涉条纹间距。

解：在图示的坐标系中，两束平行光的振幅可以写成：

$$E_R = E_{R0} e^{-i(\omega t - kz \cos \theta_R - kx \sin \theta_R)}, \quad E_0 = E_{00} e^{-i(\omega t - kz \cos \theta_0 + kx \sin \theta_0)}$$

干涉光振幅：

$$E = E_R + E_0 = E_{R0} e^{-i(\omega t - kz \cos \theta_R - kx \sin \theta_R)} + E_{00} e^{-i(\omega t - kz \cos \theta_0 + kx \sin \theta_0)}$$

$$= (E_{R0} e^{i(kz \cos \theta_R + kx \sin \theta_R)} + E_{00} e^{i(kz \cos \theta_0 - kx \sin \theta_0)}) e^{-i\omega t}$$

干涉光强度分布：

$$I = E \cdot E^* = \text{http://shop59350285.taobao.com}$$

$$= (E_{R0} e^{i(kz \cos \theta_R + kx \sin \theta_R)} + E_{00} e^{i(kz \cos \theta_0 - kx \sin \theta_0)}) (E_{R0} e^{-i(kz \cos \theta_R + kx \sin \theta_R)} + E_{00} e^{-i(kz \cos \theta_0 - kx \sin \theta_0)})$$

$$= E_{R0}^2 + E_{00}^2 + E_{R0} E_{00} e^{i(kz \cos \theta_0 - kx \sin \theta_0)} e^{-i(kz \cos \theta_R + kx \sin \theta_R)} + E_{R0} E_{00} e^{i(kz \cos \theta_R + kx \sin \theta_R)} e^{-i(kz \cos \theta_0 - kx \sin \theta_0)}$$

$$= E_{R0}^2 + E_{00}^2 + E_{R0} E_{00} (e^{i(kz \cos \theta_0 - kx \sin \theta_0)} e^{-ikx(\sin \theta_R + \sin \theta_0)} + e^{-ikz(\cos \theta_0 - \cos \theta_R)} e^{ikx(\sin \theta_R + \sin \theta_0)})$$

$$= E_{R0}^2 + E_{00}^2 + 2E_{R0} E_{00} \cos kx(\cos \theta_0 - \cos \theta_R) - x(\sin \theta_R + \sin \theta_0)$$

由此可以看出：干涉光强是随空间位置 (x, z) 而变化的。如果在 z=0 处放置一个观察屏，则屏上光强分布为： $I = E_{R0}^2 + E_{00}^2 + 2E_{R0} E_{00} \cos kx(\sin \theta_R + \sin \theta_0)$

如果进一步假设二干涉光强度相等： $I_0 = E_{R0}^2 = E_{00}^2$ ，则屏上光强分布为：

$$I = 2I_0(1 + \cos kx(\sin \theta_R + \sin \theta_0))$$

2-7. 在杨氏干涉实验中，两小孔的距离为 1.5mm，观察屏离小孔的垂直距离为 1m，若所用光源发出波长 $\lambda_1 = 650\text{nm}$ 和 $\lambda_2 = 532\text{nm}$ 的两种光波，试求两光波分别形成的条纹间距以及两组条纹的第 8 级亮纹之间的距离。

解：对于 $\lambda_1 = 650\text{nm}$ 的光波，条纹间距为：

科大科院考研网 专业提供中科大中科院考研资料 www.kaoyancas.com QQ985673089

$$e_1 = \frac{D\lambda_1}{d} = \frac{1 \times 650 \times 10^{-9}}{1.5 \times 10^{-3}} \approx 0.43 \times 10^{-3} \text{m}$$

对于 $\lambda_2 = 532\text{nm}$ 的光波，条纹间距为：

$$e_2 = \frac{D\lambda_2}{d} = \frac{1 \times 532 \times 10^{-9}}{1.5 \times 10^{-3}} \approx 0.35 \times 10^{-3} \text{m}$$

∴ 两组条纹的第 8 级亮纹之间的距离为：

$$\Delta x = 8(e_1 - e_2) = 0.64 \times 10^{-3} \text{m}$$

2-9. 在菲涅耳双面镜干涉实验中，光波长为 600nm，光源和观察屏到双面镜交线的距离分别为 0.6m 和 1.8m，双面镜夹角为 10^{-3}rad ，求：(1) 观察屏上的条纹间距；(2) 屏上最多能看到多少亮条纹？

解：如图所示，S、S₁ 的距离为： $d = 2l \sin \alpha$

$$\therefore \text{条纹间距为：} e = \frac{D\lambda}{d} = \frac{2l \sin \alpha}{2l \sin \alpha} \lambda$$

∴ α 角很小

$$\therefore e \approx \frac{(l+q)\lambda}{2l\alpha} = \frac{(0.6+1.8) \times 600 \times 10^{-9}}{2 \times 0.6 \times 10^{-3}} = 1.2 \times 10^{-3} \text{m} = 1.2\text{mm}$$

屏上能产生条纹的范围，/如图阴影所示 350285.taobao.com

$$y = 2q\alpha \approx 2q\alpha = 2 \times 1.8 \times 10^{-3} \text{m} = 3.6\text{mm}$$

∴ 最多能看到的亮条纹数为： $n = \frac{y}{e} = \frac{3.6}{1.2} = 3$

2-11. 波长为 0.40 μm ~ 0.76 μm 的可见光正入射在一块厚度为 $1.2 \times 10^{-6} \text{m}$ 、折射率为 1.5 的玻璃片上，试问从玻璃片反射的光中哪些波长的光最强？

解：由产生亮纹的条件 $\Delta = 2nh + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$ ，计算得：

$$m = 1 \text{ 时，} \lambda = 7.2 \times 10^{-6} \text{m}; \quad m = 5 \text{ 时，} \lambda = 0.8 \times 10^{-6} \text{m}; \quad m = 6 \text{ 时，} \lambda = 6.545 \times 10^{-6} \text{m};$$

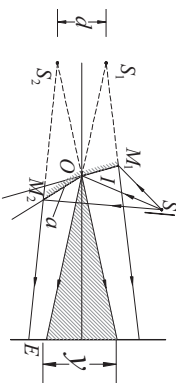
$$m = 7 \text{ 时，} \lambda = 0.5538 \times 10^{-6} \text{m}; \quad m = 8 \text{ 时，} \lambda = 0.48 \times 10^{-6} \text{m}; \quad m = 9 \text{ 时，} \lambda = 0.4235 \times 10^{-6} \text{m};$$

$$m = 10 \text{ 时，} \lambda = 0.3789 \times 10^{-6} \text{m}.$$

所以在可见光范围内， $\lambda = 6.545 \times 10^{-6} \text{m}$ 、 $0.5538 \times 10^{-6} \text{m}$ 、 $0.48 \times 10^{-6} \text{m}$ 、 $0.4235 \times 10^{-6} \text{m}$ 四个波长的光反射光最强。

2-15. 利用牛顿环干涉条纹可以测定凹曲面的曲率半径，结构如图所示。试证明第 m 个暗环的半径 r_m 与凹面半径 R_2 、凸面半径 R_1 、光波长 λ_0 之间的关系为：

$$r_m^2 = m\lambda_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$



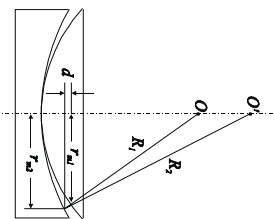
证：双光束等厚干涉的反射光的光程差是： $\Delta = 2n_0d \cos\theta + \frac{\lambda}{2}$

产生暗纹的条件是 $\Delta = 2n_0d \cos\theta + \frac{\lambda}{2} = m\lambda + \frac{\lambda}{2}$ ，即 $2n_0d \cos\theta = m\lambda$ 。

$$d_m = (R_1 - \sqrt{R_1^2 - r_m^2}) - (R_2 - \sqrt{R_2^2 - r_m^2})$$

$$= (R_1 - (R_1 - \frac{r_m^2}{2R_1})) - (R_2 - (R_2 - \frac{r_m^2}{2R_2})) = \frac{r_m^2}{2R_1} - \frac{r_m^2}{2R_2} = \frac{r_m^2}{2} (\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$$

代入光程差条件得： $2 \frac{r_m^2}{2} (\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}) = m\lambda$ ，即 $r_m^2 = m\lambda \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$



2-24. 某光源发出波长很接近的二单色光，平均波长为 600 nm。通过间隔 $d = 10$ mm 的 F-P 干涉仪观察时，看到波长为 λ_1 的光所产生的干涉条纹正好在波长为 λ_2 的光所产生的干涉条纹的中间，问二光波长相差多少？

解：设二波长为： $\lambda_1 = 600 - \frac{1}{2} \Delta\lambda$ ， $\lambda_2 = 600 + \frac{1}{2} \Delta\lambda$

通过 F-P 干涉仪后一个波长的条纹刚好落在另一个波长所产生的条纹的中间，说明一个波长的明纹条件正好是另一个波长的暗纹条件，taobao.com

由 $I_1 = \frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{\varphi}{2}}$ ， $\varphi = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} 2nh \cos\theta_2$ 知道：

当 $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2nh \cos\theta_2 = 2m\pi$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$) 时是明纹条件，

当 $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2nh \cos\theta_2 = (2m+1)\pi$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$) 时是暗纹条件，

也就是说二波长在同一位置 (θ_2 相同)，产生的位相差差 π ，即：

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) 2nh \cos\theta_2 = \pi$$

$$4 \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2 - \left(\frac{1}{2}\Delta\lambda\right)^2} \right) nh \cos\theta_2 = 1$$

考虑到 $\Delta\lambda$ 很小，而且角度 θ_2 也很小，

$$\text{所以 } \Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{4nh \cos\theta_2} = \frac{\lambda^2}{4 \times 10 \times 10^{-3}} = \frac{(0.6 \times 10^{-6})^2}{4 \times 10 \times 10^{-3}} = 9 \times 10^{-12} \text{ m} = 9 \times 10^{-3} \text{ nm}$$

2-27. 在光学玻璃基片 ($n_G = 1.52$) 上镀制硫化锌膜层 ($n = 2.35$)，入射光波长 $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$ ，

科大科院考研网专业提供中科大中科院考研资料 www.kaoyancas.com QQ985673089

求正入射时最大反射率和最小反射率的膜厚和相应的反射率数值。

解： $\because n > n_G$ 反射率有最大值的膜厚是： $h = \frac{\lambda}{4n} = \frac{500}{4 \times 2.38} = 52.52 \text{ nm}$

相应的反射率为： $R_{\text{max}} = \frac{(n_0 n_G - n)^2}{(n_0 n_G + n)^2} = \frac{[1 \times 1.52 - (2.38)]^2}{[1 \times 1.52 + (2.38)]^2} = 0.33$

反射率有最小值的膜厚是： $h = \frac{\lambda}{2n} = \frac{500}{2 \times 2.38} = 105.04 \text{ nm}$

相应的反射率为： $R_{\text{min}} = \frac{(n_0 - n_G)^2}{(n_0 + n_G)^2} = \frac{(1 - 1.52)^2}{(1 + 1.52)^2} = 0.04$

2-28. 在玻璃片上 ($n_G = 1.6$) 上镀单层增透膜，膜层材料是氟化镁 ($n = 1.38$)，控制膜厚使其在正入射下对于波长 $\lambda_0 = 0.5 \mu\text{m}$ 的光给出最小反射率，试求这个单层膜在下列条件下的反射率： (1) 波长 $\lambda = 0.6 \mu\text{m}$ ，入射角 $\theta_0 = 0^\circ$

(2) 波长 $\lambda = 0.6 \mu\text{m}$ ，入射角 $\theta_0 = 30^\circ$

解：(1) 由题意，在正入射下对于波长 $\lambda_0 = 0.5 \mu\text{m}$ 的光给出最小反射率，因此膜层的光学厚度为： $nh = \lambda_0 / 4$ / shop59350285.taobao.com

当 $\lambda = 0.6 \mu\text{m}$ 时，相位差为： $\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} nh = \pi \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{5}{6} \pi$

$$\therefore R_\lambda = \frac{(n_0 - n_G)^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} + \left(\frac{n_0 n_G - n}{n} \right)^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{(n_0 + n_G)^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} + \left(\frac{n_0 n_G + n}{n} \right)^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}}$$

$$= \frac{(1 - 1.6)^2 \cos^2 \left(\frac{5}{12} \pi \right) + \left(\frac{1.6 - 1.38}{1.38} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{5}{12} \pi \right)}{(1 + 1.6)^2 \cos^2 \left(\frac{5}{12} \pi \right) + \left(\frac{1.6 + 1.38}{1.38} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{5}{12} \pi \right)} = 0.01$$

(2) $\theta_0 = 30^\circ$ ，由折射定律： $\theta = \arcsin \left(\frac{\sin \theta_0}{n} \right) = \arcsin \left(\frac{0.5}{1.38} \right) = 21.25^\circ$

光束在基片内的折射角： $\theta_G = \arcsin \left(\frac{n \sin \theta_0}{n_G} \right) = \arcsin \left(\frac{0.5}{1.6} \right) = 18.2^\circ$

\therefore 对于 s 分量的有效反射率为： $\bar{n}_0 = n_0 \cos \theta_0 = \cos 30^\circ = 0.866$

$$\begin{aligned} \bar{n} &= n \cos \theta = 1.38 \times \cos 21.25^\circ = 1.286 \\ \bar{n}_G &= n_G \cos \theta_G = 1.6 \times \cos 18.2^\circ = 1.52 \end{aligned}$$

对于 p 分量的有效折射率为： $\bar{n}_0 = \frac{n_0}{\cos \theta_0} = \frac{1}{\cos 30^\circ} = 1.155$

$$\bar{n} = \frac{n}{\cos \theta} = \frac{1.38}{\cos 21.25^\circ} = 1.48$$

$$\bar{n}_G = \frac{n_G}{\cos \theta_G} = \frac{1.6}{\cos 18.2^\circ} = 1.684$$

在 30° 斜入射下，相位差为： $\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} n h \cos \theta = \frac{5}{6} \pi \times \cos 21.25^\circ = 0.777\pi$

$$\begin{aligned} \therefore (R_{\lambda_0})_s &= \frac{(\bar{n}_0 - \bar{n}_G)^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} + \left(\frac{\bar{n}_0 \bar{n}_G - \bar{n}}{n} \right)^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{(\bar{n}_0 + \bar{n}_G)^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} + \left(\frac{\bar{n}_0 \bar{n}_G + \bar{n}}{n} \right)^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}} \\ &= \frac{(0.866 - 1.52)^2 \cos^2 0.388\pi + \left(\frac{0.866 \times 1.52 - 1.286}{1.286} \right)^2 \sin^2 0.388\pi}{(0.866 + 1.52)^2 \cos^2 0.388\pi + \left(\frac{0.866 \times 1.52 + 1.286}{1.286} \right)^2 \sin^2 0.388\pi} = 0.02 \end{aligned}$$

http://shop593501286.taobao.com

$$\begin{aligned} \therefore (R_{\lambda_0})_p &= \frac{(\bar{n}_0 - \bar{n}_G)^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} + \left(\frac{\bar{n}_0 \bar{n}_G - \bar{n}}{n} \right)^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{(\bar{n}_0 + \bar{n}_G)^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} + \left(\frac{\bar{n}_0 \bar{n}_G + \bar{n}}{n} \right)^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}} \\ &= \frac{(1.155 - 1.684)^2 \cos^2 0.388\pi + \left(\frac{1.155 \times 1.684 - 1.48}{1.48} \right)^2 \sin^2 0.388\pi}{(1.155 + 1.684)^2 \cos^2 0.388\pi + \left(\frac{1.155 \times 1.684 + 1.48}{1.48} \right)^2 \sin^2 0.388\pi} = 0.007 \end{aligned}$$

因为入射光是自然光，故反射率为：

$$(R_{\lambda_0}) = \frac{1}{2} [(R_{\lambda_0})_s + (R_{\lambda_0})_p] = \frac{1}{2} (0.02 + 0.007) = 0.013$$

2-29. 在照相物镜上镀一层光学厚度为 $6\lambda_0/5$ ($\lambda_0 = 0.5 \mu\text{m}$) 的低折射率膜，试求在可见光区内反射率最大的波长为多少？

解：镀低折射率膜，因此要使反射率最大，则： $nh = m \frac{\lambda}{2}$ $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

由题意， $nh = \frac{6\lambda_0}{5}$ $\therefore \lambda = \frac{12\lambda_0}{5m}$

科大科院考研网 专业提供中科大中科院考研资料 www.kaoyancas.com QQ985673089

取 $m=2, 3$ 得可见光区内反射率最大的波长为 $\lambda = 0.6 \mu\text{m}, 0.4 \mu\text{m}$

2-31. 比较下面三个 $\lambda/4$ 膜系的反射率：

(1) 7 层膜， $n_G = 1.50, n_H = 2.40, n_L = 1.38$

(2) 7 层膜， $n_G = 1.50, n_H = 2.20, n_L = 1.38$

(3) 9 层膜， $n_G = 1.50, n_H = 2.40, n_L = 1.38$

说明膜系折射率和层数对膜系反射率的影响

解： $R_{2p+1} = \left[\frac{n_0 - \left(\frac{n_H}{n_L} \right)^{2p} \frac{n_H^2}{n_G}}{n_0 + \left(\frac{n_H}{n_L} \right)^{2p} \frac{n_H^2}{n_G}} \right]^2$

(1) $R_7 = \frac{1 - \left(\frac{2.40}{1.38} \right)^6 \times \frac{(2.40)^2}{1.50}}{1 + \left(\frac{2.40}{1.38} \right)^6 \times \frac{(2.40)^2}{1.50}} = 96.3\%$

(2) $R_7 = \frac{1 - \left(\frac{2.20}{1.38} \right)^6 \times \frac{(2.20)^2}{1.50}}{1 + \left(\frac{2.20}{1.38} \right)^6 \times \frac{(2.20)^2}{1.50}} = 92.7\%$

(3) $R_9 = \frac{1 - \left(\frac{2.40}{1.38} \right)^8 \times \frac{(2.40)^2}{1.50}}{1 + \left(\frac{2.40}{1.38} \right)^8 \times \frac{(2.40)^2}{1.50}} = 98.8\%$

可见，膜系高折射率和低折射率层的折射率相差越大，且膜系层数越多，膜系的反射率就越高。

2-32. 有一干涉滤光片间隔层厚度为 $1.8 \times 10^{-4} \text{mm}$ ，折射率 $n = 1.5$ ，试求：

(1) 正入射时滤光片在可见光区内的中心波长；

(2) 透射带的波长半宽度，设高反射膜的反射率 $R = 0.91$

(3) 倾斜入射时，入射角分别为 15° 和 40° 时的透射光波长。

解：(1) 中心波长为： $\lambda_0 = \frac{2nh}{m} = \frac{2 \times 1.5 \times 0.18 \mu\text{m}}{m} = \frac{0.54}{m} \mu\text{m}$ $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

取 $m=1$ ，得在可见光区内的中心波长为： $\lambda_0 = 0.54 \mu\text{m}$

(2) 波长半宽度：

$$\Delta\lambda\gamma_2 = \frac{\lambda_0}{2nh} \cdot \frac{1-R}{\pi\sqrt{R}} = \lambda_0 \frac{1-R}{\pi\sqrt{R}} = 0.54 \times \frac{1-0.91}{3.14 \times \sqrt{0.91}} = 0.016 \mu\text{m} = 16\text{nm}$$

(3) 倾斜入射时，透射光产生极大的条件是： $2nh \cos\theta = \lambda$

$$\text{当 } \theta = 15^\circ \text{ 时, } \lambda_1 = \cos 15^\circ \lambda_0 = 0.522 \mu\text{m}$$

$$\text{当 } \theta = 40^\circ \text{ 时, } \lambda_2 = \cos 40^\circ \lambda_0 = 0.414 \mu\text{m}$$

2-35. 太阳直径对地球表面的张角 θ 约为 $32'$ 。在暗室中若直接用太阳光作光源进行双缝干涉实验（不用限制光源尺寸的单缝），则双缝间距不能超过多大？（设太阳光的平均波长为 $\lambda = 0.55 \mu\text{m}$ ，日盘上各点的亮度差可以忽略。）

解： $\theta = 32' = 0.0093 \text{ rad}$

因为将入射的太阳光看作不用限制光源尺寸的单缝，因此其横向相干宽度为：

$$d_1 = \frac{\lambda}{\theta} = \frac{0.55 \times 10^{-6}}{0.0093} = 59.14 \mu\text{m}$$

∴双缝间距不能超过 $59.14 \mu\text{m}$

2-36. 在杨氏干涉实验中，照射两小孔的光源是一个直径为 3mm 的圆形光源。光源发射光的波长为 $0.5 \mu\text{m}$ ，它到小孔的距离为 2m 。问小孔能够发生干涉的最大距离是多少？

解：扩展光源对小孔 S_1, S_2 中心的张角为 $50285'$ 。taobao.com

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{3 \times 10^{-3} / 2}{2} = 0.75 \times 10^{-3}$$

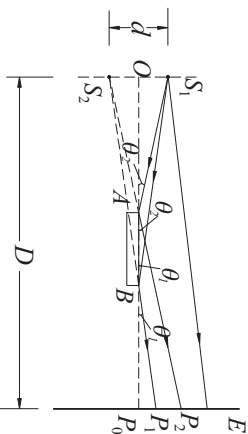
$$\therefore \theta \approx 2 \times 0.75 \times 10^{-3} = 1.5 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

圆形光源的横向相干宽度为： $d_1 = \frac{1.22\lambda}{\theta} = \frac{1.22 \times 0.5 \times 10^{-6}}{1.5 \times 10^{-3}} = 0.41\text{mm}$

∴小孔能够发生干涉的最大距离是 0.41mm

2-38. 在如图所示的洛埃镜实验中，光源 S 到观察屏的距离为 2m ，光源到洛埃镜面的垂直距离为 2.5mm 。洛埃镜长 40cm 。置于光源和屏的中央，若光波长为 500nm ，条纹间距为多少？在屏上可看见几条条纹？

解：在洛埃镜实验中， S 和 S_1 在平面镜中的像 S_2 可看作是产生干涉的两个光源。条纹间距为：



科大科院考研网专业提供中科大中科院考研资料 www.kaoyancas.com QQ985673089

$$e = \frac{D\lambda}{d} = \frac{2 \times 500 \times 10^{-9}}{2.5 \times 2 \times 10^{-3}} = 0.2\text{mm}$$

由图可知，屏上发生干涉的区域在 P_1P_2 范围内

$$P_1P_2 = BP_2g\theta_1 = BP_0 \frac{S_1O}{OB} = 800\text{mm} \times \frac{2.5\text{mm}}{1200\text{mm}} \approx 1.67\text{mm}$$

$$P_2P_0 = AP_0g\theta_2 = AP_0 \frac{S_1O}{OA} = 1200\text{mm} \times \frac{2.5\text{mm}}{800\text{mm}} = 3.75\text{mm}$$

由于经平面镜反射的光波有 π 的相位差，所以 S_1 和 S_2 可看作位相相反的相干光源。若 P_0 点在干涉区内，它应该有一条暗条纹通过，并且 P_1, P_0 内包含的暗条纹数目：

$$N_1 = \frac{P_1P_0}{e} = \frac{1.67}{0.2} = 8.4$$

$$P_2P_0 \text{ 内包含的暗条纹数目: } N_2 = \frac{P_2P_0}{e} = \frac{3.75}{0.2} = 18.8$$

∴ P_1, P_2 区域内可看见 10 个暗条纹，9 个亮条纹

<http://shop59350285.taobao.com>

第三章 光的衍射

3-3. 由氦离子激光器发出波长 $\lambda = 488 \text{ nm}$ 的蓝色平面光，垂直照射在一个不透明屏的水平矩形孔上，此矩形孔尺寸为 $0.75\text{mm} \times 0.25\text{mm}$ 。在位于矩形孔附近正透镜（ $f = 2.5 \text{ m}$ ）焦平面处的屏上观察衍射图样，试求中央亮斑的尺寸。

解：中央亮斑边缘的坐标为：

$$x = \pm \frac{f\lambda}{a} = \pm \frac{2500 \times 488 \times 10^{-6}}{0.75} = \pm 1.63 \text{ mm} \quad 2|x| = 3.26 \text{ mm}$$

$$y = \pm \frac{f\lambda}{b} = \pm \frac{2500 \times 488 \times 10^{-6}}{0.25} = \pm 4.88 \text{ mm} \quad 2|y| = 9.76 \text{ mm}$$

∴中央亮斑是尺寸为 $3.26\text{mm} \times 9.76\text{mm}$ 的竖矩形

3-4. 借助于直径为 2m 的反射式望远镜, 将地球上的一束激光 ($\lambda = 600 \text{ nm}$) 聚焦在月球上某处。如果月球距地球 $4 \times 10^8 \text{ km}$ 。忽略地球大气层的影响, 试计算激光在月球上的光斑直径。

解: 由于衍射效应, 反射式望远镜对激光成像的爱里斑角半径为:

$$\theta_0 = 1.22 \frac{\lambda}{D} = 1.22 \times \frac{600 \times 10^{-9}}{2} = 3.66 \times 10^{-7} \text{ rad}$$

由于角度很小, 因此 $\tan \theta_0 \approx \theta_0$

∴激光在月球上的光斑直径为: $D' = l\theta_0 = 4 \times 10^8 \times 3.66 \times 10^{-7} = 146.4 \text{ m}$

3-5. 波长 $\lambda = 500 \text{ nm}$ 的平行光垂直照射在宽度为 0.025 mm 的单缝上, 以焦距为 50 cm 的会聚透镜将衍射光聚焦于焦面上进行观察; 求: (1) 衍射图样中央亮纹的半宽度; (2) 第一亮纹和第二亮纹到中央亮纹的距离; (3) 第一亮纹和第二亮纹相对于中央亮纹的强度。

解: (1) 中央亮纹的半角宽度为:

$$\theta_0 = \frac{\lambda}{a} = \frac{500 \times 10^{-6}}{0.025} = 0.02 \text{ rad}$$

∴中央亮纹的半宽度为: $e = f\theta_0 = 50 \times 0.02 = 1 \text{ cm}$

(2) 第一亮纹的位置对应于 $\alpha = \pm 1.43\pi$, 即:

$$\frac{k\alpha}{2} \sin \theta_1 = \pm 1.43\pi$$

$$\therefore \theta_1 = \arcsin \frac{\pm 1.43\lambda}{a} = \arcsin \frac{\pm 1.43 \times 500 \times 10^{-6}}{0.025} = \arcsin \pm 0.0286 \approx \pm 0.0286 \text{ rad}$$

∴第一亮纹到中央亮纹的距离为:

$$q_1 = f|\theta_1| - e = 50 \times 0.0286 - 1 = 0.43 \text{ cm}$$

第二亮纹对应于 $\alpha = \pm 2.46\pi$

$$\therefore \theta_2 = \arcsin \frac{\pm 2.46\lambda}{a} = \arcsin \frac{\pm 2.46 \times 500 \times 10^{-6}}{0.025} = \arcsin \pm 0.0492 \approx \pm 0.0492 \text{ rad}$$

∴第二亮纹到中央亮纹的距离为:

$$q_2 = f|\theta_2| - e = 50 \times 0.0492 - 1 = 1.46 \text{ cm}$$

(3) 设中央亮纹的光强为 I_0 , 则第一亮纹的强度为:

$$I_1 = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 = I_0 \left(\frac{\sin 1.43\pi}{1.43\pi} \right)^2 = 0.047 I_0$$

第二亮纹的强度为:

$$I_2 = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 = I_0 \left(\frac{\sin 2.46\pi}{2.46\pi} \right)^2 = 0.016 I_0$$

3-6. 例 6-1.

3-13. 在双缝的夫琅和费衍射实验中所用的光波的波长 $\lambda = 500 \text{ nm}$ 。透镜焦距 $f = 100 \text{ cm}$ 。观察到两相邻亮条纹之间的距离 $e = 2.5 \text{ mm}$ 。并且第四级亮纹缺级, 试求双缝的缝距和缝宽。

解: 双缝衍射两相邻亮条纹的距离为: $e = f \frac{\lambda}{d}$

$$\therefore \text{缝距为: } d = f \frac{\lambda}{e} = 1000 \times \frac{500 \times 10^{-6}}{2.5} = 0.2 \text{ mm}$$

∴第四级缺级: $p: // \text{shop59350285.taobao.com}$

∴缝宽为: $a = \frac{d}{4} = \frac{0.2}{4} = 0.05 \text{ mm}$

3-15. 用波长为 624 nm 的单色光照射一光栅, 已知该光栅的缝宽 $a = 0.012 \text{ mm}$ 。不透明部分宽度 $b = 0.029 \text{ mm}$ 。缝数 $N = 1000$ 条, 试求: (1) 中央极大两侧的衍射极小值间, 将出现多少个干涉主极大; (2) 谱线的半角宽度。

解: (1) 中央峰两侧的衍射极小值满足: $a \sin \theta = \pm \lambda$

$$\therefore \text{中央峰内的衍射角满足 } \sin \theta \leq \pm \frac{\lambda}{a}$$

干涉主极大满足: $d \sin \theta = m\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$\therefore \text{在中央峰内的干涉主极大满足: } |m\lambda| \leq \frac{d}{a} \lambda$$

$$\therefore \frac{d}{a} = \frac{0.041}{0.012} \approx 3.42$$

∴ m 的取值可为 $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$

∴出现的干涉极小值个数为 7 个

(2) 谱线的角宽度为:

$$\Delta\theta = \frac{2\lambda}{Nd} = \frac{2 \times 624 \times 10^{-6}}{1000 \times (0.012 + 0.029)} = 1.52 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

3-24. 为在一块每毫米 1200 条刻线的光栅的一级光谱中分辨波长为 632.8 nm 的一束 He-Ne 激光的模结构 (两个模之间的频率差为 450 MHz)。光栅需有多长?

解: $\therefore \lambda = \frac{c}{\nu}$

$$\therefore |\Delta\lambda| = \frac{c}{\nu^2} \Delta\nu = \frac{\lambda^2}{c} \Delta\nu = \frac{(632.8 \times 10^{-9})^2}{3 \times 10^8} \times 450 \times 10^6 = 6 \times 10^{-4} \text{ nm}$$

$$\therefore \text{光栅所需的缝数至少为: } N = \frac{\lambda}{|\Delta\lambda|} = \frac{632.8}{6 \times 10^{-4}} = 1.05 \times 10^6$$

$$\text{光栅的总长度为: } l = Nd = 1.05 \times 10^6 \times \frac{1}{1200} = 875 \text{ mm}$$

3-18. 已知一光栅的光栅常数 $d = 2.5 \mu\text{m}$, 缝数为 $N = 20000$ 条, 求此光栅的一、二、三级光谱的分辨本领, 并求波长 $\lambda = 0.69 \mu\text{m}$ 红光的二级光谱位置, 以及光谱对比波长的最大干涉级次。

解: 光栅的分辨本领为: $A = mN$

$$\text{对于一级光谱: } A_1 = N = 2 \times 10^4$$

$$\text{对于二级光谱: } A_2 = 2N = 4 \times 10^4$$

$$\text{对于三级光谱: } A_3 = 3N = 6 \times 10^4$$

波长 $\lambda = 0.69 \mu\text{m}$ 红光的二级光谱位置为:

$$\theta = \arcsin \frac{2\lambda}{d} = \arcsin \frac{2 \times 0.69}{2.5} = 33.5^\circ$$

<http://shop259350285.taobao.com>

光栅形成的谱线应在 $|\theta| < 90^\circ$ 的范围内。当 $\theta = \pm 90^\circ$ 时,

$$m = \frac{d \sin \theta}{\lambda} = \pm \frac{2.5}{0.69} = \pm 3.62$$

\therefore 最大干涉级次为 3

3-26 一闪耀光栅刻线数为 100 条/mm, 用 $\lambda = 600 \text{ nm}$ 的单色平行光垂直入射到光栅平面, 若第二级光谱闪耀, 闪耀角应为多大?

解: 由于第二级光谱闪耀, 则: $2d \sin \theta_0 = 2\lambda$

$$\therefore \text{闪耀角为: } \theta_0 = \arcsin \frac{\lambda}{d} = \arcsin \frac{600 \times 10^{-6}}{1/100} = 3.44^\circ$$

3-28 波长 $\lambda = 563.3 \text{ nm}$ 的平行光射向直径 $D = 2.6 \text{ mm}$ 的圆孔, 与孔相距 $r_0 = 1 \text{ m}$ 处放一屏幕, 问轴线与屏的交点是亮点还是暗点? 至少把屏幕向前或向后移动多少距离时, 该点的光强发生相反的变化?

解: 波带数与圆孔半径的关系为: $N = \frac{r_0^2}{\lambda R} \left(1 + \frac{R}{r_0}\right)$

当平行光入射时, $R \rightarrow \infty$

$$\therefore \text{波带数为: } N = \frac{r_0^2}{\lambda R} = \frac{(2.6/2)^2}{0.5633 \times 1} = 3$$

\therefore 轴线与屏的交点是亮点

当把屏幕向前移近圆孔, 相应的波带数增加, 增大到 4 时, 轴线与屏的交点是暗点, 此时屏幕到圆孔的距离为:

$$r_0' = \frac{\rho^2}{\lambda N} = \frac{(2.6/2)^2}{0.5633 \times 4} = 0.75 \text{ m}$$

$$\therefore \text{屏幕移动的距离为: } r_0 - r_0' = 1 - 0.75 = 0.25 \text{ m}$$

当把屏幕向后移远圆孔, 相应的波带数减小, 减小到 2 时, 轴线与屏的交点是暗点, 此时屏幕到圆孔的距离为:

$$r_0' = \frac{\rho^2}{\lambda N} = \frac{(2.6/2)^2}{0.5633 \times 2} = 1.5 \text{ m}$$

$$\therefore \text{屏幕移动的距离为: } r_0' - r_0 = 1.5 - 1 = 0.5 \text{ m}$$

3-31. 单色点光源 ($\lambda = 500 \text{ nm}$) 放在离光阑 1 m 远的地方, 光阑上有一个内外半径分别为 0.5 mm 和 1 mm 的通光圆环, 接收点离光阑 1 m 远, 问在接收点的光强和没有光阑时的光强之比是多少?

解: 半径为 1 mm 的圆孔包含的波带数为:

$$N_1 = \frac{\rho_1^2}{\lambda R} \left(1 + \frac{R}{r_0}\right) = \frac{1^2}{0.5 \times 1} \left(1 + \frac{1}{1}\right) = 4$$

<http://shop259350285.taobao.com>

半径为 0.5 mm 的圆孔挡住的波带数为:

$$N_2 = \frac{\rho_2^2}{\lambda R} \left(1 + \frac{R}{r_0}\right) = \frac{0.5^2}{0.5 \times 1} \left(1 + \frac{1}{1}\right) = 1$$

\therefore 通光圆环通过的波带数为 3, 因此通光圆环在接收点产生的振幅等于一个波带在接收点产生的振幅, 且近似地等于第一个波带产生的振幅, 即:

$$E' = E_0$$

没有光阑时, 接收点的振幅为: $E = \frac{E_0}{2}$

$$\therefore \text{光强之比为: } \frac{I'}{I} = \left(\frac{E'}{E}\right)^2 = 4$$

3-35. 一波带片主焦点的强度约为入射光强的 10^3 倍, 在 400 nm 的紫光照明下的主焦距为 80 cm , 问波带片应有几个开带, 以及波带片的半径。

解: 设波带片 n 个开带, 则主焦点相对光强为:

$$\frac{l}{f_0} = \left(\frac{na_1}{a_1/2} \right)^2 = 4n^2 = 1000$$

∴ $n \approx 16$

若奇数开带，则波带片包含的波带总数为： $N = 31$

此时波带片的半径为：

$$\rho = \sqrt{Nl} = \sqrt{31 \times 800 \times 400 \times 10^{-6}} = 3.15 \text{ mm}$$

若偶数开带，则波带片包含的波带总数为： $N = 32$

此时波带片的半径为：

$$\rho = \sqrt{Nl} = \sqrt{32 \times 800 \times 400 \times 10^{-6}} = 3.2 \text{ mm}$$

3-3. 由于衍射效应的限制，人眼能分辨某汽车两前灯时，人离汽车的最远距离 $l = ?$ (假定两车灯相距 1.22 m.)

解：假定人眼瞳孔的直径为 2 mm，可见光波长为 0.5 μm ，则其极限分辨率为

$$\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D} \text{ http://shop59350285.taobao.com}$$

$\theta = 1.22 \times 0.5 \times 10^{-6} / 2 \times 10^{-3} = 0.305 \times 10^{-3} \text{ rad}$ ，能分辨车灯的最远距离为：

$$l = \frac{\Delta x}{\Delta \theta} = \frac{1.22}{0.305 \times 10^{-3}} = 4 \times 10^3 \text{ m.}$$

3-10. 用波长 $\lambda = 0.63 \mu\text{m}$ 的激光粗略测单缝的缝宽。若观察屏上衍射条纹左右两个第五级极小的间距是 6.3 cm，屏和缝之间的距离是 5 m，求缝宽。

解：极小值的位置出现在 $\beta = \frac{kax}{2f} = \frac{\pi ax}{f\lambda} = m\pi$ 的地方，其中 $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ ，

两个第五级极小的间距是 $\Delta x = \frac{10f\lambda}{a}$ ，所以缝宽

$$a = \frac{10f\lambda}{\Delta x} = \frac{10 \times 5 \times 0.63 \times 10^{-6}}{6.3 \times 10^{-2}} = 5 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.5 \text{ mm}$$

3-12. 考察缝宽 $b = 8.8 \times 10^{-3} \text{ cm}$ ，双缝间隔 $d = 7.0 \times 10^{-2} \text{ cm}$ ，波长为 0.6328 μm 时的双缝衍射，在中央极大两侧的两个衍射极小值间，将出现多少个干涉极小值？若屏离开双缝 457.2 cm，计算条纹宽度。

解：衍射的第一极小值的位置出现在 $\beta = \frac{kax}{2f} = \frac{\pi ax}{f\lambda} = \pm\pi$ 的地方，此时 $x = \frac{f\lambda}{a} = \frac{f\lambda}{8.8 \times 10^{-3}}$ ，

科大科院考研网专业提供中科大中科院考研资料 www.kaoyancas.com QQ985673089

在此位置上，双缝衍射出现条纹的条件为 $\sin \frac{\varphi}{2} = \sin \left(\frac{\pi d}{\lambda f} x \right) = 0$ ，即 $\frac{\pi d}{\lambda} x = m\pi$ ，其中 $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ ，

在衍射的第一极小值位置处的级数 $m = \frac{d}{a} = \frac{7.0 \times 10^{-4}}{8.8 \times 10^{-5}} = 7.95$ ，刚好多包含一个暗纹；中央主极大两边每侧有 7 条亮纹，8 条暗纹，两边共包含 16 条暗纹。

$$\text{条纹宽度 } \Delta x = \frac{2f\lambda}{Nd} = \frac{2 \times 4.572 \times 0.6328 \times 10^{-6}}{2 \times 7.0 \times 10^{-4}} = 4.133 \times 10^{-3} \text{ m}$$

3-19. 已知 F-P 标准具的空气间隔 $h = 4 \text{ cm}$ ，两镜面的反射率均为 $R = 89.1\%$ 。另有一反射光栅的刻线面积为 $3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$ ，光栅常数为 1 200 条 / mm，取其一级光谱，试比较这两个元件对 $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ 红光的分光特性。

解：(1) 自由光谱范围

光栅： $\Delta\lambda_f = \frac{\lambda}{m}$ ，此光栅在正入射时， m 取值只可以是 $1 \left(\frac{d}{\lambda} = \frac{1}{1200 \times 10^3 \times 0.6328 \times 10^{-6}} = 1.3 \right)$ ，所以自由光谱范围为 $\Delta\lambda_f = 0.6328 \mu\text{m}$

F-P 标准具： $\Delta\lambda_f = \frac{\lambda}{m} \frac{\lambda^2}{2nh} = \frac{(0.6328 \times 10^{-6})^2}{2 \times 4 \times 10^{-2}} = 5.005 \times 10^{-12} \text{ m} = 5.005 \times 10^{-6} \mu\text{m}$

(2) 分辨本领

光栅： $A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN = 3 \times 10^{-2} \times 1200 \times 10^3 = 3.6 \times 10^4$
 F-P 标准具： $\text{http://shop59350285.taobao.com}$

$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN = 0.97 \times \frac{2nh}{\lambda} \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} = \frac{2 \times 0.04 \times 0.97}{\lambda} \frac{\pi \times \sqrt{0.891}}{1-0.891} = 2.0 \times 10^7$

(3) 角色散率

$$\begin{aligned} \text{光栅: } \frac{d\theta}{d\lambda} &= \frac{m}{\lambda \cos \theta} = \frac{mN}{\lambda \sqrt{1 - \left(\frac{m\lambda}{d} \right)^2}} = \frac{mN}{\lambda \sqrt{1 - (mm\lambda)^2}} \\ &= \frac{1200 \times 10^3}{\lambda \sqrt{1 - (1200 \times 10^3 \times 0.6328 \times 10^{-6})^2}} = 1.844 \times 10^6 \end{aligned}$$

$$\text{由 } d \sin \theta = m\lambda, \text{ 得 } \cos \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{m\lambda}{d} \right)^2}$$

$$\text{F-P 标准具: } \left| \frac{d\theta}{d\lambda} \right| = \frac{1}{\lambda \sin \theta} = \frac{1}{\lambda} \frac{\sqrt{nh}}{\lambda^{3/2}} = \frac{\sqrt{0.04}}{(0.6328 \times 10^{-6})^{3/2}} = 3.973 \times 10^8$$

(对 F-P 标准具，中央谱线的级次为 $m^2 = \frac{2nh}{\lambda}$ ，第一条谱线为 $m^2 - 1$ ，由 $\Delta = 2nh \cos \theta = m\lambda$ 得：

$$\cos \theta = \frac{(m^2 - 1)\lambda}{2nh} = 1 - \frac{\lambda}{2nh}, \text{ 所以 } \sin \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2nh} \right)^2} = \sqrt{\frac{\lambda}{nh} \sqrt{1 - \frac{\lambda}{4nh}}} \approx \sqrt{\frac{\lambda}{nh}}$$

3-25. 一块闪耀波长为第一级 $0.5 \mu\text{m}$ 、每毫米刻痕为 1200 的反射光栅，在里特罗自准直装置中能看见 $0.5 \mu\text{m}$ 的哪几级光谱？

解：里特罗自准直光谱仪使用时，其闪耀方向就是它的入射光方向，一级闪耀方向为：

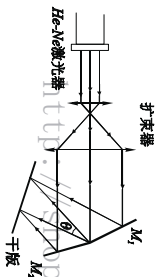
$$\sin \theta_1 = \frac{m\lambda}{d} = \frac{1 \times 0.5 \times 10^{-6}}{0.5 \times 10^{-3}} = 0.6,$$

$$\sin \varphi = \sin \theta_1$$

根据 $d(\sin \theta \pm \sin \varphi) = m\lambda$ ， $m = \frac{d(\sin \theta \pm \sin \varphi)}{\lambda} = \frac{1 \pm 0.6}{1200 \times 10^3 \times 0.5 \times 10^{-6}} = \begin{cases} 2.6 \\ 0.6 \end{cases}$ ，在准直时能

看到的条纹为 0、+1、+2 三级条纹。在正入射时 $m = \frac{d}{\lambda} = 1.6$ ，能看到的条纹为 -1、0、+1 三级条纹。所以在调整过程中总共可能看到的条纹为 -1、0、+1、+2 四级条纹。

3-37. 如图所示是制作全息光栅的装置图，试推导其全息光栅的条纹间距公式。今要在干板处获得 1200 条 / mm 的光栅，问两反射镜间的夹角是多少。



3-23 题用图

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{2nd} = \frac{0.6328 \times 10^{-6}}{2 \times 1200 \times 10^3 / 2} = 0.37968$$

$$\theta = 22.31^\circ$$

第四.五章

缺 4-1—4-4, 4-10, 4-12, 4-14, 4-17, 4-22, 5-3—5-6, 5-8, 5-9,

4-5. 一束钠黄光以 60° 角方向入射到方解石晶体上，设光轴与晶体表面平行，并垂直与入射面，问在晶体中 o 光和 e 光夹角为多少？（对于钠黄光，方解石的主折射率 $n_o = 1.5584$ ， $n_e = 1.4864$ ）。

解：根据题意和光在晶体表面折射的性质，在晶体内折射的 o 光和 e 光波矢面与入射面截线为同心圆，o 光和 e 光均服从折射定律。

$$\therefore \frac{1}{n_e^2} = \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} \quad \therefore n_e' = n_e = 1.4864$$

$$\text{根据折射定律：} \sin i_o = \frac{\sin i}{n_o} = \frac{\sin 60^\circ}{1.6548} \approx 0.523 \quad \therefore i_o \approx 31.56^\circ$$

$$\sin i_e = \frac{\sin i}{n_e} = \frac{\sin 60^\circ}{1.4864} \approx 0.583 \quad \therefore i_e \approx 35.64^\circ$$

由于光轴垂直于入射面，因此 o 光和 e 光的光线与波法线方向不分离，所以两折射线线的夹角 $\alpha = i_e - i_o = 4.08^\circ$

4-6. 设有主折射率 $n_o = 1.5246$ ， $n_e = 1.4864$ 的晶体，光轴方向与通光面法线成 45° ，如图示。现有一自然光垂直入射晶体，求在晶体中传播的 o、e 光线方向，二光夹角 α 以及它们从晶体后表面出射时的相位差（ $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$ ，晶体厚度 $d = 2\text{cm}$ ）



5. taobao.com

解：如图，平面光波正入射，光轴在入射面内，且与晶面斜交所以 o 光和 e 光的波法线相同，但 o 光和 e 光线方向不同。

又因为 $n_e < n_o$ ，故 e 光比 o 光远离光轴，且光沿其波法线方向传播。

设 e 光与 o 光的离散角为 α

$$\tan \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\theta \left(\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_o^2} \right) \times \left(\frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} \right)^{-1}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{(0.45703 - 0.43022)}{0.5 \times \left(\frac{1}{2.3244} + \frac{1}{2.1880} \right)}$$

$$= \frac{0.13635}{4.5124} = 0.030217$$

$$\text{所以，} \alpha = \arctan 0.030217 = 1^\circ 43'$$

$$\text{晶体中出射的 e 光与 o 光的相位差：} \Delta \varphi = \left| \frac{2\pi}{\lambda} \times (n_e(\theta) - n_o) \times d \right|$$

$$\text{又因为：} n_e(\theta) = \frac{n_o n_e}{\sin \theta \sqrt{n_o^2 + n_e^2}} = 1.5014$$

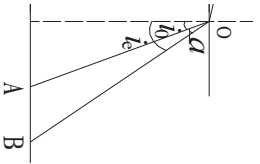
$$\begin{aligned} \text{所以: } \Delta\varphi &= \left| \frac{2\pi}{\lambda} \times (1.5014 - 1.5246) \times d \right| \\ &= 4\pi \times 10^6 \times (1.5246 - 1.5014) \times 2 \times 10^{-1} \\ &= 1857\pi \end{aligned}$$

4.7. 一细光束掠入射单轴晶体，晶体的光轴与入射面垂直，晶体的另一面与折射表面平行。已知 o、e 光在第二个面上分开的距离是 3mm，若 $n_o = 1.525$ ， $n_e = 1.479$ ，计算晶体的厚度。

解：如图所示，入射角 $i \approx 90^\circ$ 。根据题意，o 光和 e 光均满足折射定律，且晶体中的 o 光和 e 光折射率大小等于其主折射率，其折射角：

$$\begin{aligned} \sin i_o &= \frac{\sin i}{n_o} \approx \frac{\sin 90^\circ}{1.525} \approx 0.656 & \therefore i_o &\approx 40.996^\circ \\ \sin i_e &= \frac{\sin i}{n_e} \approx \frac{\sin 90^\circ}{1.479} \approx 0.676 & \therefore i_e &\approx 42.532^\circ \end{aligned}$$

由于光轴垂直于入射面，因此 o 光和 e 光的光线与波法线方向不分离，所以两折射光线的夹角 $\alpha = i_e - i_o = 1.536^\circ$



根据图中几何关系： $\frac{\sin \alpha}{AB} = \frac{\sin \angle OBA}{OA}$ 50285.taobao.com

其中 $\angle OBA = 90^\circ - i_e = 47.468^\circ$ ， $AB = 3\text{mm}$

$$\therefore OA = \frac{3 \times \sin 47.468^\circ}{\sin 1.563^\circ} \approx 81.049\text{mm}$$

$$\therefore \text{晶体厚度 } d = OA \cdot \cos i_o \approx 61.172\text{mm}$$

4.8. 一块单轴晶体的光轴垂直于表面，晶体的两个主折射率分别为 n_o 和 n_e ，证明当平面波以入射角 θ_1 入射到晶体时，晶体内 e 光的折射角 θ_e' 为： $\text{tg} \theta_e' = \frac{n_o \sin \theta_1}{n_e \sqrt{n_e^2 - \sin^2 \theta_1}}$

证明：设 e 光波法线与光轴的夹角为 θ_e ，由折射定理： $n_1 \sin \theta_1 = n_e' \sin \theta_e$

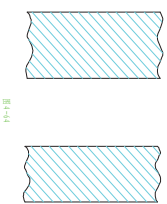
$$\text{其中, } n_e' = \frac{n_o n_e}{\sqrt{n_e^2 \cos^2 \theta_e + n_o^2 \sin^2 \theta_e}}, \text{ 在空气中 } n_1 = 1$$

$$\text{由此可得: } \text{tg} \theta_e = \frac{n_e \sin \theta_1}{n_o \sqrt{n_e^2 - \sin^2 \theta_1}}$$

$$\therefore \text{e 光与光轴的夹角 } \text{tg} \theta_e' = \frac{n_o^2 \cdot \text{tg} \theta_e}{n_e \sqrt{n_e^2 - \sin^2 \theta_1}} = \frac{n_o \sin \theta_1}{n_e \sqrt{n_e^2 - \sin^2 \theta_1}}$$

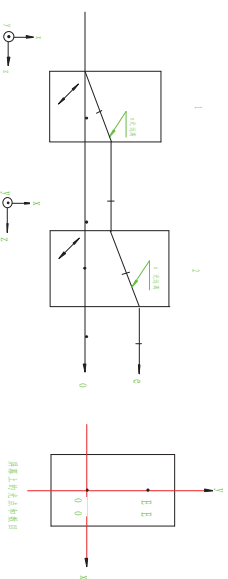
4.9.例 7-1

4-11. 两块方解石晶体平行薄板，按相同方式切割（图中斜线代表光轴），并平行放置，细单色自然光束垂直入射，通过两块晶体后射至一屏幕上，设晶体的厚度足以使双折射的两束光分开，试分别说明当晶体板 2 在：① 如图 4-64 所示；② 绕入射光方向转过 π 角；③ 转过 $\pi/2$ 角；④ 转过 $\pi/4$ 角的几种情况下，屏幕上光点的数目和位置。

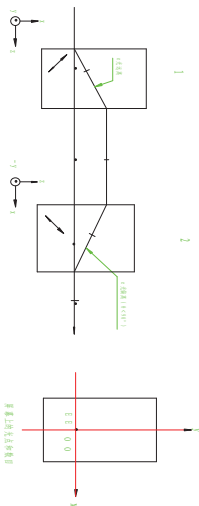


35.taobao.com

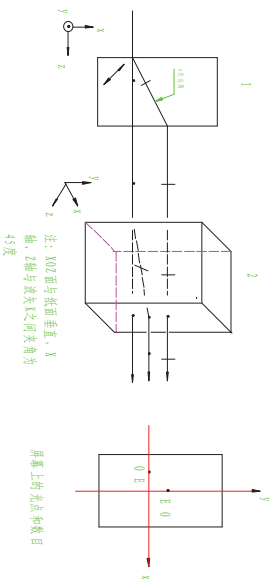
解：1) 屏上有 2 个光点。E 光光点向上平移，o 光光点正对入射点。



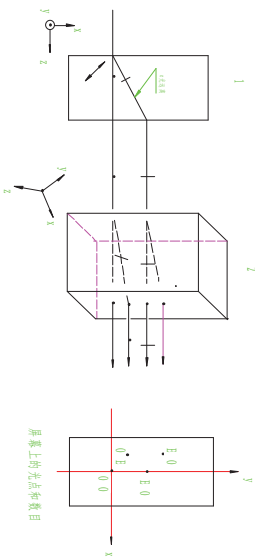
2) 若 $d_1 = d_2$ ，屏上只有 1 个光点，若 $d_1 \neq d_2$ ，屏上有 2 个光点， $d_1 > d_2$ ，e 光光点上移， $d_1 < d_2$ ，e 光光点下移。



3) 屏上有 2 个光点。o 光光点正对入射点，e 光光点水平平移。



http://shop59350285.taobao.com
 4) 屏上有 4 个光点。1 个光点正对入射点，1 个光点向上平移，另外 2 个光点分别相对这 2 个光点向 45° 方向平移。

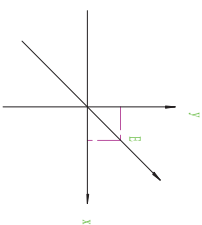


4-13. 例 7-5.

科大科院考研网 专业提供中科大中科院考研资料 www.kaoyancas.com QQ985673089

4-15. 设正入射的线偏振光振动方向与半波片的快、慢轴成 45°，分别画出在半波片中距离入射表面为：① 0；② d/4；③ d/2；④ 3d/4；⑤ d 的各点处两偏振光叠加后的振动形式。按迎着光射来的方向观察画出。

解：(1) 在 d' = 0 处，Δφ = 0，则两偏振光叠加后仍为线偏振光，如下图：

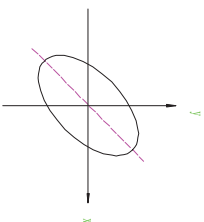


(2) 在 d' = d/4 处，Δφ = π/4，并设 E_{x0} = E<sub>y0} = E<sub>0} = A
 http://shop59350285.taobao.com</sub></sub>

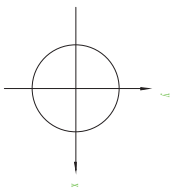
则有： $\frac{E_x^2}{A^2} + \frac{E_y^2}{A^2} - \sqrt{2} \frac{E_x E_y}{A^2} = \frac{1}{2}$ ，化简为：

$$E_x^2 + E_y^2 - \sqrt{2} E_x E_y = \frac{A^2}{2}$$

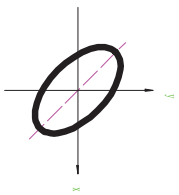
则两偏振光叠加后为椭圆偏振光，如下图：



(3) 在 d' = d/2 处，Δφ = π/2，则两偏振光叠加后为圆偏振光，如下图：



(4) 在 $d = \frac{3d}{4}$ 处, $\Delta\varphi = \frac{3\pi}{4}$, 则两偏振光叠加后为椭圆偏振光, 如下图:



4-16. 当通过一检偏器观察一束椭圆偏振光时, 强度随着

检偏器的旋转而改变, 当在强度为极小时, 在检偏器前插入一块 1/4 波片, 转动 1/4 波片使它的快轴平行于检偏器的透光轴, 再把检偏器沿顺时针方向转动 25° 就完全消光, 问该椭圆偏振光是左旋还是右旋, 椭圆长短轴之比是多少?

解: 椭圆偏振光可以看作是一个光矢量沿长轴方向的线偏振光和一个位相差 $\pi/2$ 的光矢量沿短轴方向的线偏振光的合成. 即: $\varphi_y - \varphi_x = \pm \frac{\pi}{2}$

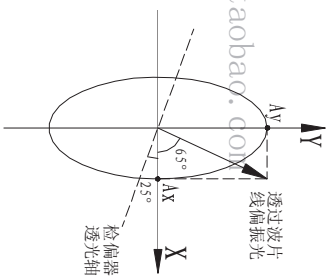
如图, 设短轴方向为 x 轴, 长轴方向为 y 轴. 因此, 当转动检偏器, 使之透光轴平行于 x 轴时, 强度最小. 由题意, 插入快轴沿 x 轴的 1/4 波片后, 透射光为线偏振光, 振动方向与 x 轴成 65° , 此时 $\Delta\varphi_1 = \varphi_y - \varphi_x = 0$

∴快轴沿 x 轴的 1/4 波片产生的相位差: $\Delta\varphi_2 = \varphi_y - \varphi_x = -\frac{\pi}{2}$

∴椭圆偏振光的初始位相差 $\varphi_y - \varphi_x = \Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$

表示右旋椭圆偏振光, 由图可知, 椭圆长短轴和短轴之比为: $\frac{A_y}{A_x} = \text{tg}65^\circ = 2.145$

4-18. 用一石英薄片产生一束椭圆偏振光, 要使椭圆的长轴或短轴在光轴方向, 长短轴之



科大科院考研网专业提供中科大中科院考研资料 www.kaoyancas.com QQ985673089

比为 2:1. 而且是左旋的. 问石英片应多厚? 如何放置? ($\lambda = 0.5893 \mu\text{m}$, $n_o = 1.5442$, $n_e = 1.5533$.)

解: (1) 由题意知, 应使光通过晶体后, 两本征模的位相差 $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$

即: $\frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d = \frac{\pi}{2}$, 代入数据可得, $d = 0.016 \text{mm}$

所以, 石英片的厚度为 0.016mm.

(2) 要使长轴与短轴之比为 2:1, 则应使入射光的振动方向与坐标轴之间的夹角 θ 满足 $\tan\theta = \frac{1}{2}$, 所以, $\theta = 26.565^\circ$

4-19. 在前后两个偏振器之间插入一块石英的 $\frac{1}{8}$ 波片, 两偏振器的偏振轴夹角为 60° , 波片的光轴与两偏振器的偏振轴都成 30° , 问当光强为 I_0 的自然光入射这一系统时, 通过第二个偏振器后的光强是多少?

解: 右图可知, 两偏振器偏振轴与 x 轴的夹角分别为:

$$\alpha = 60^\circ, \quad \beta = 120^\circ$$

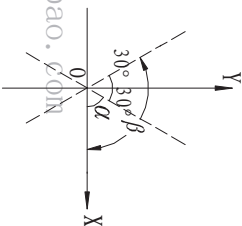
自然光通过第一个偏振器后光强为 $\frac{I_0}{2}$

∴通过第二个偏振器后的光强为:

$$I = \frac{I_0}{2} \cos^2(\alpha - \beta) - \frac{I_0}{2} \sin 2\alpha \sin 2\beta \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

$$= \frac{I_0}{2} \cos^2 60^\circ - \frac{I_0}{2} \sin 120^\circ \sin 240^\circ \sin^2 \frac{\pi}{8} \approx 0.187 I_0$$

4-20. 一块厚度为 0.04mm 的方解石晶片, 其光轴平行于表面, 将它插入正交偏振片之间, 且使主截面与第一个偏振片的透振方向成 θ ($\theta \neq 0^\circ, 90^\circ$) 角. 试问哪些光不能透过该装置.



解：由题意可知： $\beta = 60^\circ$ ，则有

$$I = I_0 [\cos^2 \beta - \sin 2\alpha \sin 2(\alpha - \beta) \sin^2 2\varphi] = I_0 \sin^2 2\theta \cdot \sin^2 2\varphi$$

当 $\frac{\varphi}{2} = m\pi$ ，即 $\varphi = 2m\pi$ 时， $I = 0$ ，又因为：

$$\frac{2\pi}{\lambda} [n_o - n_e] d = 2m\pi, \text{也就是:}$$

$$\lambda = \frac{[n_o - n_e] d}{m} = \frac{|1.6584 - 1.4864| \times 0.04 \times 10^{-3} \times \frac{1}{m}}{m} = \frac{6880}{m^2}$$

所以，当光波 λ 满足 $\lambda_{m_0} = \frac{6880}{m}$ (m)时，能通过该装置，在可见光范围内， λ_m 满足：

$$380\text{nm} \leq \lambda_m \leq 760\text{nm}, \text{即: } 380\text{nm} \leq \frac{6880}{m} \leq 760\text{nm}$$

解得： $9 \leq m \leq 18$ ，

综合以上分析可知：在可见光范围内能通过该装置的光波长分别为：

$$\lambda_9 = 764.4\text{nm}, \lambda_{10} = 688.0\text{nm}, \lambda_{11} = 625.5\text{nm}, \lambda_{12} = 573.3\text{nm}, \lambda_{13} = 530.8\text{nm}, \lambda_{14} = 497.8\text{nm}, \lambda_{15} = 464.0\text{nm}, \lambda_{16} = 430.0\text{nm}, \lambda_{17} = 404.7\text{nm}, \lambda_{18} = 382.2\text{nm}$$

4-23. 在两个偏振面正交放置的偏振器之间，平行放置一块厚度为0.856mm的石膏片，当 $\lambda_1 = 0.591 \mu\text{m}$ 时，视场全暗，然后改变光的波长，当 $\lambda_2 = 0.552 \mu\text{m}$ 时，视场又一次全暗，假设快、慢轴方向的折射率差在这个波段范围内与波长无关，试求这个折射率差。

解：两个偏振器的偏振面正交，通过该系统的光强： $I \propto \sin^2 \frac{\varphi}{2}$

设快慢轴的折射率差为 Δn ，则当 $\varphi = \frac{2\pi\Delta n d}{\lambda} = 2m\pi$ 时， $I = 0$ ，视场全暗。

由题意： $\frac{\pi\Delta n d}{\lambda} = m\pi$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\pi\Delta n d}{\lambda} &= (m+1)\pi \\ \Delta n &= \frac{1}{\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right)d} \approx 0.0098 \end{aligned} \right\}$$

5-1. — KDP 晶体， $l=3\text{cm}$ ， $d=1\text{cm}$ 。在波长 $\lambda=0.5 \mu\text{m}$ 时， $n_o=1.51$ ， $n_e=1.47$ ， $\gamma_{63}=10.5 \times 10^{-12} \text{m} \cdot \text{V}^{-1}$ 。试比较该晶体分别纵向和横向运用，相位延迟为 $\varphi=\pi/2$ 时，外加电压的大小。

解： $l=3\text{cm}$ ， $d=1\text{cm}$ ， $\lambda=0.5 \mu\text{m}$ ， $n_o=1.51$ ， $n_e=1.47$

$$\gamma_{63} = 10.5 \times 10^{-12} \text{m} \cdot \text{V}^{-1}, \varphi = \frac{\pi}{2}$$

纵向运用时，因为： $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} n_o^3 \gamma_{63} U$

所以， $U = \frac{\varphi \lambda}{2\pi n_o^3 \gamma_{63}} = \frac{\frac{\pi}{2} \times 0.5 \times 10^{-6}}{2\pi \times 1.53 \times 10.5 \times 10^{-12}} = 3.46 \times 10^3 \text{V}$

横向运用时， $\varphi = \frac{\pi}{\lambda} l n_o^3 \gamma_{63} U$

所以， $U = \frac{\varphi \lambda d}{\pi l n_o^3 \gamma_{63}} = \frac{\frac{\pi}{2} \times 0.5 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-2}}{\pi \times 3 \times 10^{-2} \times 1.51^3 \times 10.5 \times 10^{-12}} = 2.3 \times 10^3 \text{V}$

5-2. — CdTe 电光晶体，外加电场垂直于(110)面，尺寸为 $40 \times 5 \times 5 \text{mm}^3$ ，对于光波长 $\lambda=10.6 \mu\text{m}$ ，它的折射率 $n_o=2.67$ ，电光系数 $\gamma_{41}=6.8 \times 10^{-12} \text{m} \cdot \text{V}^{-1}$ 。为保证相位延迟 $\varphi=0.06 \text{rad}$ ，外加电场为多大？

解：外加电场垂直于(110)面时，三个感应主折射率分别为：

$$\begin{cases} n_{x'} = n_o + \frac{1}{2} n_o^3 \gamma_{41} E_z \\ n_{y'} = n_o - \frac{1}{2} n_o^3 \gamma_{41} E_z \\ n_{z'} = n_o \end{cases}$$

电光延迟为：

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} n_o^3 \gamma_{41} U \frac{l}{d} = \frac{2\pi}{10.6 \times 10^{-6}} \times 2.67^3 \times 6.8 \times 10^{-12} \times \frac{40}{5} U = 6.14 \times 10^{-4} U$$

∴当相位延迟为 0.06rad 时， $0.06 = 6.14 \times 10^{-4} U$

∴外加电场的大小为： $U = 97.7 \text{V}$

5-7. 在声光介质中，激励超声波的频率为 500MHz ，声速为 $3 \times 10^5 \text{cm/s}$ ，求波长为 $0.55 \mu\text{m}$ 的光波由该声光介质产生布拉格衍射时的入射角为多少？

解：激励超声波产生声驻波，声波波长为： $\lambda_s = \frac{v_s}{f} = \frac{3 \times 10^5}{500 \times 10^6} = 6 \times 10^{-6} \text{m}$

∴布拉格衍射时的入射角： $\theta_B = \arcsin \frac{\lambda}{2\lambda_s} = 2.627^\circ$

5-10. 一个长 10cm 的石英玻璃放在磁感应强度为 0.1T 特斯拉的磁场内，一束线偏振光通过时，偏振面转过多少度？若要使偏振面转过 45° ，外加磁场需要多大？为了减小法拉第工作物的尺寸或者磁场强度，可以采取什么措施？

解：因为： $\theta = \theta = \theta = 4.86 \times 0.1 \times 0.1 = 0.0486(\text{rad}) = 2.78^\circ$
所以，偏振面旋转 2.78° 。

欲使偏振面旋转 45° ，则外加磁场为：

$$B = \frac{\theta}{l\lambda} = \frac{45^\circ \times \frac{\pi}{180}}{4.86 \times 0.1} = 1.621(\text{T})$$

为减小法拉第工作物质的尺寸，可增加磁场的 B 值，或换为一种维得尔常数较大的工作物质；为减小磁场强度，可增大工作物质的尺寸，或换成一种维得尔常数较大的物质。

第六章

缺 6-4, 6-5.

6-1. 有一均匀介质，其吸收系数 $K = 0.4 \text{ cm}^{-1}$ ，求出射光强为入射光强的 0.1、0.3、0.8 时的介质厚度。

解：经介质吸收后的光强为： $I = I_0 e^{-Kl}$

$$\therefore \text{当 } I/I_0 = 0.1 \text{ 时, } I = \frac{1}{I_0} \ln \frac{I}{I_0} \ln 0.1 = \frac{1}{0.4} \ln 0.1 = 5.76 \text{ cm}$$

$$\text{当 } I/I_0 = 0.3 \text{ 时, } I = \frac{1}{K} \ln \frac{I}{I_0} = \frac{1}{0.4} \ln 0.3 = 3 \text{ cm}$$

$$\text{当 } I/I_0 = 0.8 \text{ 时, } I = \frac{1}{K} \ln \frac{I}{I_0} = \frac{1}{0.4} \ln 0.8 = 0.558 \text{ cm}$$

6-2. 一长为 4.3m 的玻璃管，内盛标准状态下的某种气体。若其吸收系数为 0.22 m^{-1} ，求激光透过此玻璃后的相对强度。

解：标准状态下的气体为均匀介质，经其吸收后的相对光强为：

$$\frac{I}{I_0} = e^{-Kl} = e^{-0.22 \times 4.3} = 38.83\%$$

6-3. 一个 60° 的棱镜由某种玻璃制成，其色散特性可用科希公式中的常数 $A = 1.416$ 、 $B = 1.72 \times 10^{10} \text{ cm}^2$ 表示，棱镜的放置使它对其对 $0.6 \mu\text{m}$ 波长的光产生最小偏向角，这个棱镜的角色散率 ($\text{rad}/\mu\text{m}$) 为多大？

解：科希公式为 $n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$ ，在考虑波长范围不大时，可以用前两项表示，即

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}, \text{ 由此解得 } n = 1.416 + \frac{1.72 \times 10^{14}}{0.36 \times 10^{-12}} = 1.464. \text{ 对公式两端微分可得:}$$

科大科院考研网 专业提供中科大中科院考研资料 www.kaoyancas.com QQ985673089

$$\frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2B}{\lambda^3} \quad (1)$$

棱镜顶角 α ，最小偏向角 δ_m 和棱镜材料的折射率 n 之间存在如下关系：

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \delta_m)}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

可以解得最小偏向角 $\delta_m = 34.1086^\circ$ ，对公式两端微分可得：

$$\frac{d\delta_m}{dn} = \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \delta_m)} \quad (2)$$

联立 (1) (2) 方程，可得角色散率：

$$\frac{d\delta_m}{d\lambda} = -\frac{2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \delta_m)} \cdot \frac{2B}{\lambda^3} = -\frac{2 \times \sin 30^\circ}{\cos \frac{60^\circ + 34.1086^\circ}{2}} \times \frac{2 \times 1.72 \times 10^{14}}{(0.6 \times 10^{-6})^3} = -0.2338 \times 10^6 \text{ rad/m} = -0.2338 \text{ rad}/\mu\text{m}$$

6-6. 若某种介质的散射系数等于吸收系数的 1/2，光通过一定厚度的这种介质，只透过 20% 的光强，现若不考虑散射，其透射光强可增加多少？

解：设吸收系数为 K ；散射系数为 h ，由题意： $K = 2h$ ，则通过介质后的透射光强为：

$$I = I_0 \exp[-(K+h)l] = I_0 \exp(-3hl) = 0.2I_0$$

$$\therefore Kl = 2hl = 1.073$$

若不考虑散射，透射光强为：

$$I' = I_0 \exp(-Kl) = I_0 \exp(-1.073) = 0.342I_0$$

则透射光强增加： $\Delta I = I' - I = 0.142I_0$

6-7. 一长为 35 cm 的玻璃管，由于管内细微烟粒的散射作用，使透过光强只为入射光强的 65%。待烟粒沉淀后，透过光强增为入射光强的 88%。试求该管对光的散射系数和吸收系数（假设烟粒对光只有散射而无吸收）。

$$\text{解：由公式 } \frac{I}{I_0} = e^{-(K+h)l}, \text{ 得方程组 } \begin{cases} e^{-(K+h) \times 0.35} = 0.65 \\ e^{-K \times 0.35} = 0.88 \end{cases}, \text{ 解得吸收系数 } K = 0.36524 \text{ m}^{-1},$$

散射系数 $h = 0.86557 \text{ m}^{-1}$ 。

6-8. 太阳光束由小孔射入暗室，室内的人沿着与光束垂直及成 45° 的方向观察此光束时，见到由于瑞利散射所形成的光强之比等于多少？

解：由瑞利散射公式 $I = CI_0 \frac{1}{\lambda^4} (1 + \cos^2 \theta)$ ，得 $\frac{I_{90^\circ}}{I_{45^\circ}} = \frac{1 + \cos^2 90^\circ}{1 + \cos^2 45^\circ} = \frac{2}{3}$

6-9. 一束光通过液体，用尼科尔检偏器正对这束光进行观察。当偏振轴竖直时，光强达到最大值；当偏振轴水平时，光强为零。再从侧面观察散射光，当偏振轴为竖直和水平两个位置时，光强之比为 20:1，计算散射光的退偏程度。

解：正对光束进行观察，偏振轴竖直时，光强达到最大值；当偏振轴水平时，光强为零，因此该光为线偏振光，偏振度为 1。

从侧面观察散射光时，当偏振轴为竖直和水平两个位置时，光强之比为 20:1，不妨设 $I_y = 20I_x$ ， $I_x = I$ ，则散射光的偏振度为：

$$P = \frac{|I_y - I_x|}{I_y + I_x} = \frac{20I - I}{20I + I} = 0.905$$

\therefore 退偏度为： $\Delta = 1 - P = 1 - 0.905 = 9.5\%$

6-10 来的喇曼散射中较强的谱线与入射光的波数差为 607, 992, 1178, 1568, 3047, 3062 cm^{-1} 。今以氦离子激光 $\lambda = 0.488 \mu\text{m}$ 为入射光，计算各斯托克斯及反斯托克斯线的波长。

解：由题意，各斯托克斯光波长与入射波长的关系为：

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda_1} &= \frac{1}{\lambda} - 0.0607 & \frac{1}{\lambda_2} &= \frac{1}{\lambda} - 0.0992 & \frac{1}{\lambda_3} &= \frac{1}{\lambda} - 0.1178 \\ \frac{1}{\lambda_4} &= \frac{1}{\lambda} + 0.1568 & \frac{1}{\lambda_5} &= \frac{1}{\lambda} - 0.3047 & \frac{1}{\lambda_6} &= \frac{1}{\lambda} - 0.3062 \end{aligned}$$

其中波长的单位均为 μm ，则求得为：

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0.5029 \mu\text{m} & \lambda_2 &= 0.5128 \mu\text{m} & \lambda_3 &= 0.5178 \mu\text{m} \\ \lambda_4 &= 0.5289 \mu\text{m} & \lambda_5 &= 0.5732 \mu\text{m} & \lambda_6 &= 0.5737 \mu\text{m} \end{aligned}$$

同理，各反斯托克斯光波长与入射波长的关系为：

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda_1} &= \frac{1}{\lambda} + 0.0607 & \frac{1}{\lambda_2} &= \frac{1}{\lambda} + 0.0992 & \frac{1}{\lambda_3} &= \frac{1}{\lambda} + 0.1178 \\ \frac{1}{\lambda_4} &= \frac{1}{\lambda} + 0.1568 & \frac{1}{\lambda_5} &= \frac{1}{\lambda} + 0.3047 & \frac{1}{\lambda_6} &= \frac{1}{\lambda} + 0.3062 \end{aligned}$$

解得： $\lambda_1 = 0.474 \mu\text{m}$ $\lambda_2 = 0.4655 \mu\text{m}$ $\lambda_3 = 0.4615 \mu\text{m}$
 $\lambda_4 = 0.4529 \mu\text{m}$ $\lambda_5 = 0.4248 \mu\text{m}$ $\lambda_6 = 0.4246 \mu\text{m}$

科大科院考研网专业提供中科大中科院考研资料 www.kaoyancas.com QQ985673089

第七章 几何光学基础

7-2-1-3 水槽有水 10m 深，槽底中央有一点光源，水的折射率为 1.33，水面上浮一不透光也不反射光的纸片，使人从水面上以任意角度观察都看不到光，则这张纸片最小面积是多少？

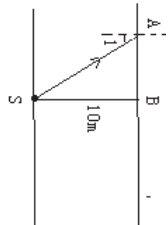
解：点光源发出的光入射到水面上时，若发生全反射，则光线无法透射出水面，因此纸片至少要遮住所有未发生全反射的区域。由于点光源发出的光束是一圆锥型，因此纸片为圆形时所需的面积最小，且圆心位于点光源的正上方。

如图为点光源发出的光刚好发生全反射的情况，纸片的半径长度即为 A 点到 B 点的距离 AB，由临界角公式：

$$\sin \angle 1 = 1/1.33 \quad \text{计算得 } \angle 1 = 11.4^\circ$$

$$\therefore |AB| = |SB| \cdot \text{tg} \angle ASB = 10 \cdot \text{tg} \angle 1 = 11.4 \text{ m}$$

$$\therefore \text{纸片的面积 } S = \pi |AB|^2 = 408.58 \text{ m}^2$$



7-4-1-5 空气中的玻璃棒， $n=1.6$ ，左端为一半球形， $r=40\text{mm}$ ，轴上一点源， $L=-80\text{mm}$ ，求 $U=-2^\circ$ 的像点位置。

解：由单个折射球面的光路计算公式：

$$\begin{aligned} \sin I &= \frac{L-r}{r} \sin U = \frac{-80-40}{40} \times 0.0349 = 0.105 & \text{则：} I &= 6.027^\circ \\ \sin I' &= \frac{n}{n'} \sin I = \frac{1}{1.6} \times 0.105 = 0.066 & \text{则：} I' &= 3.76^\circ \end{aligned}$$

$$U' = I + U - I' = 0.267^\circ$$

$$L' = r + r \frac{\sin I'}{\sin U'} = 40 + 40 \times \frac{0.066}{0.00466} = 606.52 \text{ mm}$$

则像点位于半球顶点之右 606.52mm 处。

7-6-1-7 已知一透镜的结构参数如下（单位是毫米）： $r_1=10$ ， $n_1=1.0$ ， $d=5$ ， $n_2=n_1'$ ， $=1.5163$ ， $r_2=-50$ ， $n_2'=1.0$ 。高度 $y_1=10\text{mm}$ 的物体位于透镜前 $l_1=-100\text{mm}$ 处，求像的位置和大小。

解：先计算第一面，利用物象公式：

$$\frac{n_1'}{l_1'} - \frac{n_1}{l_1} = \frac{n_1' - n_1}{r_1}$$

代入数据： $\frac{1.5163}{l_1'} - \frac{1}{-100} = \frac{1.5163 - 1}{10}$ 求得： $l_1' = 36.4233 \text{ mm}$

$$\therefore \beta_1 = \frac{n_1 l_1'}{n_1' l_1} = \frac{1 \times 36.4233}{1.5163 \times (-100)} = -0.240212$$

再计算第二面： $l_2 = l'_1 - d_1 = 31.4233$ ，将数据代入物象公式： $\frac{n_2}{l_2} - \frac{n_2}{l_2} = \frac{n_2 - n_2}{r_2}$

$$1. \frac{1.5163}{31.4233} - \frac{1-1.5163}{-50} \quad \text{求得：} l_2 = 17.0707 \text{ mm}$$

$$\therefore \beta_2 = \frac{n_2 l'_2}{n_2 l_2} = \frac{1.5163 \times 17.0707}{1 \times 31.4233} = 0.83273$$

\therefore 像的大小为： $y_2' = \beta_1 \beta_2 y_1 = 1.97870 \text{ mm}$

7-7.1-8 有一玻璃球，折射率为 $n=1.5$ ，半径为 2 cm ，放在空气中，当物放在球前 4 cm 处时像在何处？像的大小如何？

解：将玻璃球分成两个半球面来计算，对于第一个面，由物象关系式： $\frac{n_1}{l_1} - \frac{n_1}{l_1} = \frac{n_1 - n_2}{r_1}$

$$\frac{1.5}{l_1} - \frac{1}{-4} = \frac{1.5-1}{2} \quad \text{求得：} l'_1 = \infty$$

再计算第二个面： $l_2 = l'_1 - 2 \times 2 = \infty$ ，将数据代入物象公式： $\frac{n_2}{l_2} - \frac{n_2}{l_2} = \frac{n_2 - n_2}{r_2}$
<http://shop59350285.taobao.com>

$$1. \frac{1.5}{l_2} - \frac{1-1.5}{-2} \quad \text{求得：} l_2 = 4 \text{ cm}$$

$$\text{垂轴放大率：} \beta = \beta_1 \beta_2 = \frac{n_1 l'_1}{n_1 l_1} \cdot \frac{n_2 l'_2}{n_2 l_2} = -1$$

\therefore 像的大小与原物一样，呈倒像。

7-8.1-9 一个直径为 400 mm 的玻璃球，折射率为 1.52 。球内有两个小气泡，看上去一个恰好在球心，另一个从最近的方向去看，在球表面和中心的中间，求两气泡的实际位置。

解： \therefore 通过球心的光线垂直于球表面出射或入射

\therefore 看上去在球心的气泡，其实际位置就是在球心。

另一个气泡像位于表面和中心的中间，球直径为 400 mm

$$\therefore l' = \frac{-400}{2} \times \frac{1}{1} = -100 \text{ mm} \quad \text{代入物象关系式} \frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}$$

$$\frac{1}{-100} - \frac{1.52}{l} = \frac{1-1.52}{-200} \quad \text{求得：} l = -120.635 \text{ mm}$$

\therefore 另一个气泡的实际位置离球心的距离为： $200 - 120.635 = 79.365 \text{ mm}$

科大科院考研网专业提供中科大中科院考研资料 www.kaoyancas.com QQ985673089

7-16.1-13 长 1 m 的平面镜挂在墙上，镜的上边离地 2 m ，一人立于镜前，其眼离地 2.5 m ，离墙 1.5 m ，求地面上能使此人在镜内所看到的离墙最近和最远之点。

解：如图，观察点为 S 点， $SH=2.5 \text{ m}$ ；镜子的长度 $AB=1 \text{ m}$ ，在地面上的投影为 C 点，因此 $AC=2 \text{ m}$ ， $CH=1.5 \text{ m}$ ；能观察到的最远点为 E 点，最近点为 D 点。

作 $AF \perp SH$ ， $BG \perp SH$ ，由几何知识可知：

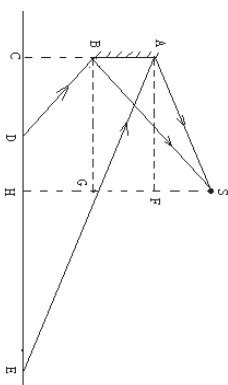
$$SF = 2.5 - 2 = 0.5 \text{ m} \quad SG = 2.5 - 1 = 1.5 \text{ m}$$

$$\text{tg} \angle SAF = \frac{SF}{AF} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{tg} \angle CAE = \text{ctg} \angle FAE = \text{ctg} \angle SAF = 3$$

$$\therefore CE = AC \cdot \text{tg} \angle CAE = 2 \times 3 = 6 \text{ m}$$

同理可得 $CD = 1 \text{ m}$



7-17.1-14 夹角为 35° 的双平面反射镜系统，当光线以多大的入射角入射于一平面时，其反射光线再经另一平面镜反射后，将沿原光路反向射出？

解：如右图所示，当反射光线垂直于另一平面反射镜时，光线将沿原光路反向射出。

由图中几何关系很容易知道： $\alpha = 35^\circ$

7-19 垂直下望池塘水底的物时，若其视深为 1 m ，求实际水深，已知水的折射率为 $4/3$ 。



解：水池的视深深度实际为水底的实际底面经过空气-水界面成像的像距。该题为平面型介质界面的近轴区成像问题，其中 $n=4/3$ ， $n'=1.0$ ， $l'=1 \text{ m}$ 。由平面型介质界面的近轴区成像公式 $n'l'/l-n=0$ ，可得 $l=4/3 \text{ m}$ ，所以实际水深 $4/3 \text{ m}$ 。

7-21.1-16 有一等边折射三棱镜，其折射率为 1.52 ，求光线经该棱镜的两个折射面折射后产生最小偏向角时的入射角和最小偏向角值。

解：由最小偏向角公式： $\sin \frac{1}{2}(\alpha + \delta_m) = n \sin \frac{\alpha}{2}$

已知棱镜顶角 α 为 60° ，折射率 $n=1.52$ ，代入上式求得 $\delta_m = 38.9^\circ$

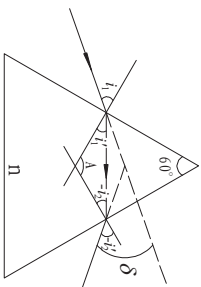
取得最小偏向角的条件是 $i_1 = -i_2$ ，由图中几何关系：

$$\angle A = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ,$$

$$\text{则：} i_1' = -i_2 = 30^\circ$$

由折射定理： $\sin i_1 = n \sin i_1' = 1.52 \times 0.5 = 0.76$

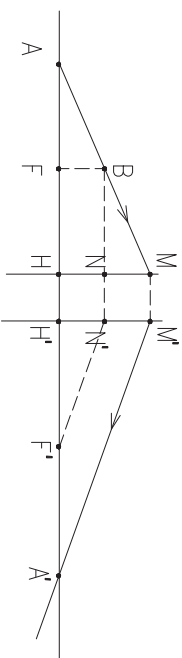
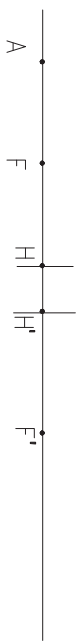
\therefore 取得最小偏向角时的入射角 $i_1 = 49.5^\circ$



第八章 理想光学系统

8-1. 作图:

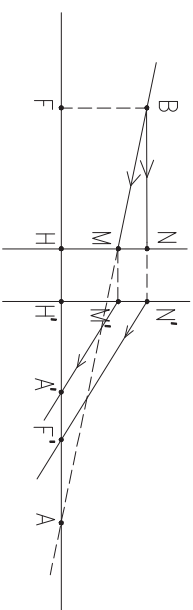
(1) 作轴上实物点 A 的像 A'



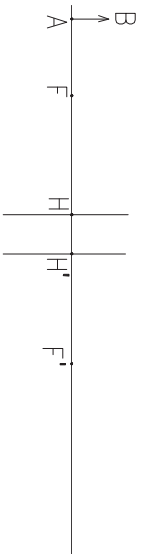
(2) 作轴上虚物点 A 的像 A'



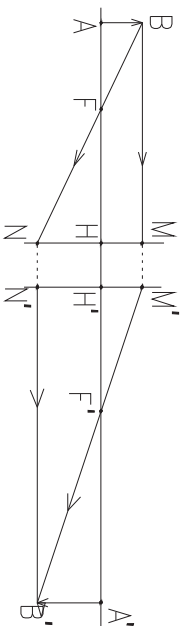
<http://shop59350285.taobao.com>



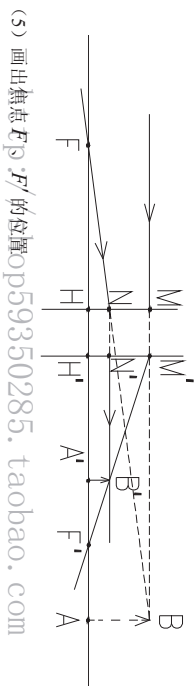
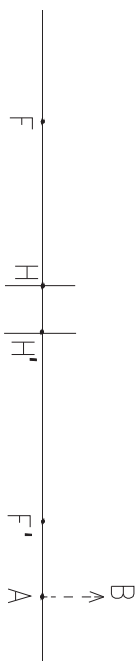
(3) 作垂轴实物 AB 的像 $A'B'$



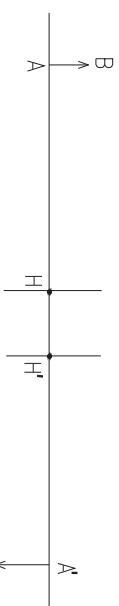
科大科院考研网专业提供中科大中科院考研资料 www.kaoyancas.com QQ985673089



(4) 作垂轴虚物 AB 的像 $A'B'$



(5) 画出焦点 F, F' 的位置



(6) 画出焦点 F, F' 的位置

