2007 年量子力学 A 卷 参考答案

一、解：能级 $E_n^{(0)}=\dfrac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$，　$n=1,2,3\ldots$。相应的能量本征函数为

$$\psi_n^{(0)}(x)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{2}{a}}\sin\dfrac{n\pi x}{a}, & (0<x<a)\\ 0, & (x<0,x>a)\end{cases}。$$

因此基态能量的一级修正为

$$E_1^{(1)}=\int_0^a\psi_n^{(0)}(x)^*H'\psi_n^{(0)}(x)dx=-\frac{2V_1}{a}\int_{a/3}^{2a/3}\sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right)dx=-V_1\left(\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\right)。$$

二、解：粒子所受势场作用的力算符 $\hat{F}$ 为

$$\hat{F}=-\frac{d}{dx}V(x)=\frac{1}{i\hbar}[\hat{p}_x,V(x)]=\frac{1}{i\hbar}[\hat{p}_x,\hat{H}]，$$

于是，　$\bar{\hat{F}}=\dfrac{1}{i\hbar}\overline{[\hat{p}_x,\hat{H}]}=\dfrac{1}{i\hbar}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\psi^*{}_n(x)[\hat{p}_x,\hat{H}]\psi_n(x)dx=0$。