2005年硕士学位研究生入学考试试题参考答案

试题名称：量子力学

1, (20分)
由散射条件分区写下波函数

$\psi = e^{ikx} + re^{-ikx} \quad x<0$

$\psi = te^{ik'x} \quad x>0$

$k = \sqrt{2m(E-V_0)/\hbar^2}$

$k' = \sqrt{2mE/\hbar^2}$

连接条件

$\psi(0^-) = \psi(0^+)$

$\psi'(0^-) = \psi'(0^+)$

导致

$1 + r = t$

$ik - ikr = ik't$

由此解得

$r = (k-k')/(k+k')$

$= (\sqrt{1-V_0/E} - 1)/(\sqrt{1-V_0/E} + 1)$

于是穿透系数为

$T=1-R=1-r^2$

本题 V_0=750 eV,E=1000 eV，

r=-1/3, R=1/9

T=8/9

在 x=无穷出观察到的粒子数为

=N*T=1600.

对翻转的势阶，有反转定理，结果不变，即在x=无穷处仍看到1600个粒子。

2，(20分)系统哈密顿量为

$H = \vec{p}^2/2m + k\vec{x}^2/2 - qE_0\vec{i}\bullet\vec{x}$

$= -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + m\omega^2\vec{x}^2/2 - qE_0x$

$= -\frac{\hbar^2}{2m}(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}) + m\omega^2(x^2+y^2+z^2)/2 - qE_0x$

$= -\frac{\hbar^2}{2m}(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}) + m\omega^2[(x-qE_0/m\omega^2)^2 + y^2 + z^2)/2 - q^2E_0^2/2m\omega^2$

作坐标平移，令

$x' = x - qE_0/m\omega^2, y' = y, z' = z$