

科目名称: 量子力学

一、若已知算符 $\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & C-1 \end{pmatrix}$ 和算符 $\hat{B} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$, 其中 C 为实常数, 当 $C = C_0$ 有共同

的本征函数。

1. 求 C_0 的值。

2. 求当 $C = C_0$ 时算符 \hat{A} 和 \hat{B} 的共同本征函数。

3. 求当 $C \neq C_0$ 时, 由 \hat{A} 表象到 \hat{B} 表象的变换矩阵。

二、两个质量均为 μ 的非全同粒子被禁闭在 $0 \leq x \leq L$ 的无限深势阱中。

1. 忽略两个粒子间的相互作用, 求系统的三个最低能量及相应的归一化波函数。

2. 假设粒子间的相互作用是为 $v = \lambda \delta(x_1 - x_2)$ 的微弱相互作用, 求系统的三个最低能量 (λ 的一级近似) 及相应的归一化波函数。

三、一个质量为 μ 电荷为 q 自旋为 0 的粒子被限制在 xy 平面内半径为 a 的圆周上运动。

1. 求该粒子的哈密顿量 \hat{H} 及自旋算符的第三分量 \hat{L}_z 的本征值及相应的归一化本征函数。

2. 若在 Z 方向上加一磁场 \vec{B} , 求系统的哈密顿量 \hat{H} 的本征值及相应的归一化本征函数, 并讨论加入磁场后能及简并度的变化。(提示取矢势 $A = \frac{1}{2} \hat{B} \times r$)

四、一个质量为 μ 电荷为 q 的谐振子在外电场 ϵ 的作用下的哈密顿量为

$$\hat{H} = \frac{P^2}{2\mu} + \frac{1}{2} \mu \omega^2 x^2 - q\epsilon x.$$