

中国科学院研究生院

2010 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题

科目名称：量子力学 A 卷

考生需知：

1. 本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上均一律无效。

一、（共 30 分）

1. 设 \hat{A} , \hat{B} 与 pauli 算符对易，证明

$$(\hat{\sigma} \cdot \hat{A})(\hat{\sigma} \cdot \hat{B}) = \hat{A} \cdot \hat{B} + i\hat{\sigma} \cdot (\hat{A} \times \hat{B})$$

2. 试将 $(\hat{I}, \hat{\sigma}_x, i\hat{\sigma}_y)^{1/2}$ 表示成 $\hat{I}, \hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_z$ 的线性叠加。其中 \hat{I} 为单位算符。

二、（共 30 分）一维谐振子的初态为

$$\psi(x, 0) = \cos \frac{\theta}{2} \phi_0(x) + \sin \frac{\theta}{2} \phi_1(x),$$
 即基态与第一激发态叠加，

其中 θ 为实参数。

1. 求 t 时刻的波函数 $\psi(x, t)$

2. 求 t 时刻处于基态及第一激发态的概率。

3. 求 t 时刻粒子的势能算符 $\frac{m\omega^2}{2} \hat{x}^2$ 的平均值。