

第四章 时间响应分析

（教材第4、5章）

- 4-1 控制系统的时域指标
- 4-2 一阶系统的时间响应
- 4-3 二阶系统的时间响应
- 4-4 高阶系统的时间响应
- 4-5 控制系统的稳态误差（教材第4章）
- 4-6 反馈的特性（教材第4章）

第七讲：时域指标与一阶系统响应

（4-1，4-2单元，1.5学时）

- 4-1 控制系统的时域性能指标
- 4-2 一阶系统的时间响应

4-1 控制系统的时域指标

时域分析法关注控制系统在时间域内的性能。它通过拉氏变换直接求解系统的微分方程，得到系统的时间响应。然后，根据响应表达式和响应曲线，来分析系统的**动态性能**和**稳态性能**。

为了比较系统性能的优劣，必须有一个比较的**基础**和**标准**。



一 典型化处理

(1) 规定控制系统的初始状态均为零状态；

(2) 典型输入信号 (p198 表5.1)

单位阶跃信号

单位斜波信号 (工业过程)

单位加速度信号 (天线)

单位脉冲信号 (飞船)

单位正弦信号 (突变过程)

(通信)

信号的采用取决于系统常见工作状态

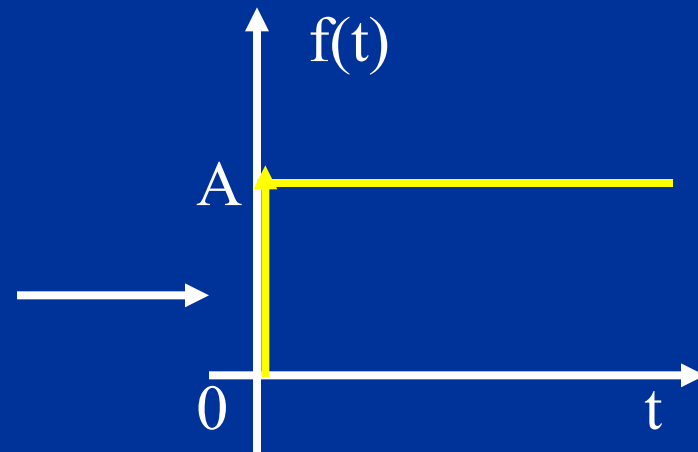
注意：若在实际条件下，输入信号是随机信号，则不能用上述典型输入信号。

(3) 单位阶跃信号

- 最常见且最易产生。
- 最为基本。
- 被选为衡量系统控制性能的好坏的基准输入，并据此定义时域性能指标。

阶跃信号

$$f(t) = \begin{cases} A (t > 0) \\ 0 (t < 0) \end{cases}$$



$$L[f(t)] = \frac{A}{s}$$

注意： $A=1$ ，称其为单位阶跃函数，记为 $1(t)$ 。阶跃函数在 $t=0$ 处是不确定的，相当于在 $t=0$ 处将一个直流信号突然加到系统上。

注意到，线性定常系统具有以下重要性质：

系统对输入信号导数的响应，等于系统对输入信号响应的导数；

系统对输入信号积分的响应，等于系统对输入信号响应的积分。

掌握阶跃响应，有利于熟悉其它典型激励下的响应。

思考题：单位脉冲、单位阶跃、斜坡函数的相互关系？

二 时域瞬态性能指标

系统的瞬态响应主要由**稳态值、指数项、指数项与正弦函数之积**等部分组成。时域性能指标将围绕它们展开。

(1) 上升时间 t_r

响应曲线从零首次上升达到稳态值 $y(\infty)$ 所需的时间，称为上升时间。对于响应曲线无振荡的系统， t_r 是响应曲线从稳态值的10%上升到90 %所需的时间。

(2) 延迟时间 t_d

响应曲线第一次到达稳态值一半所需的时间。

(3) 峰值时间 t_p

响应曲线超过稳态值 $y(\infty)$ ，达到第一个峰值所需的时间。

(4) 调节时间 t_s

在稳态值 $y(\infty)$ 附近取定误差带，通常取

$$\Delta = 5\% y(\infty) \text{ or } \Delta = 2\% y(\infty)$$

响应曲线开始进入并保持在误差带内所需的最小时间，称为调节时间。 t_s 越小，说明系统从一个平衡状态过渡到另一个平衡状态所需的时间越短。

(5) 振荡次数 N

在调节时间以内，响应曲线穿越其稳态值的次数的一半。

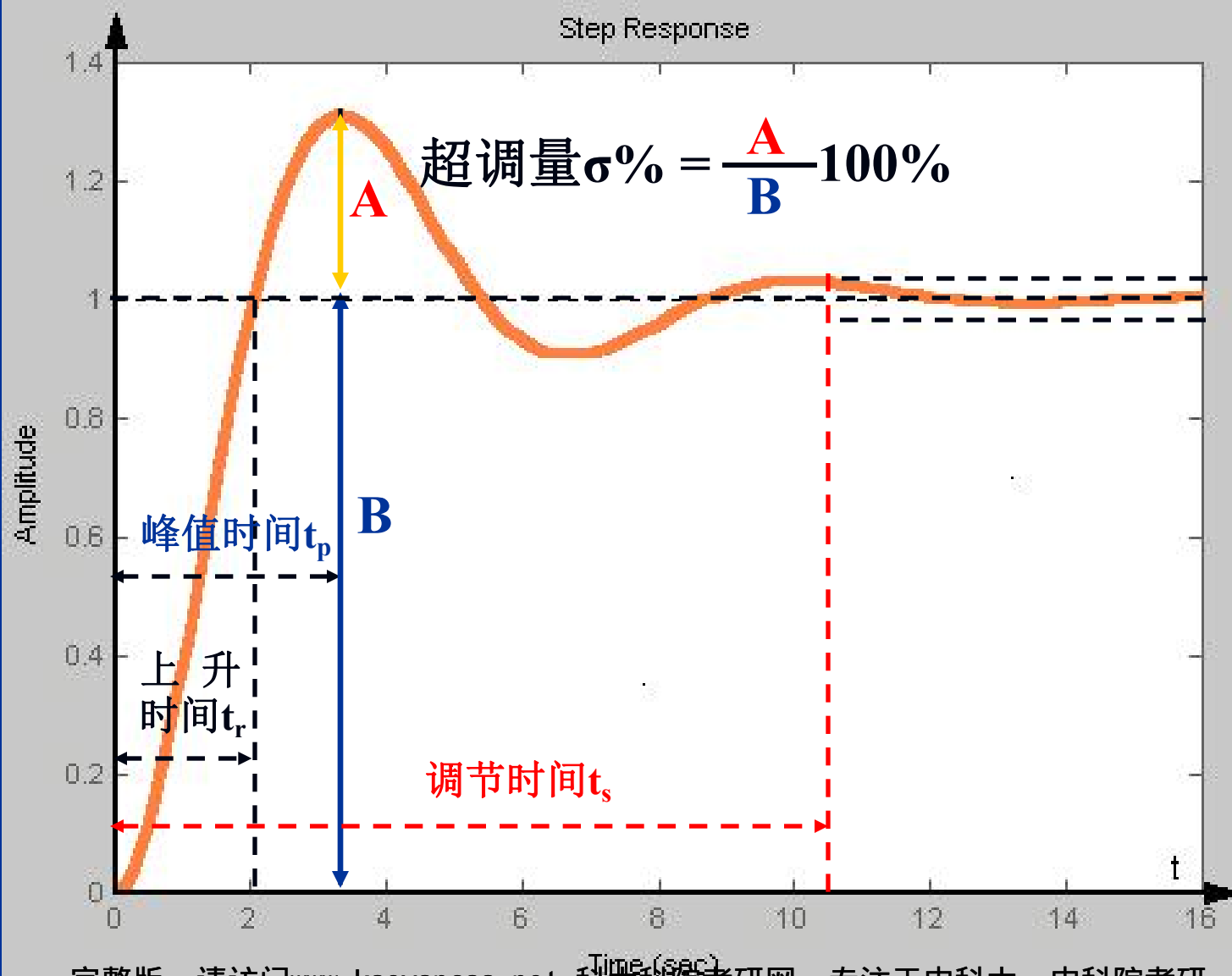
(6) 超调量 $\sigma\%$

响应曲线超出稳态值的最大偏差与稳态值之比。超调量表示了系统过度响应的程度。超调量大，不仅使系统中的各个元件处于恶劣的工作条件下，而且使调节时间加长。

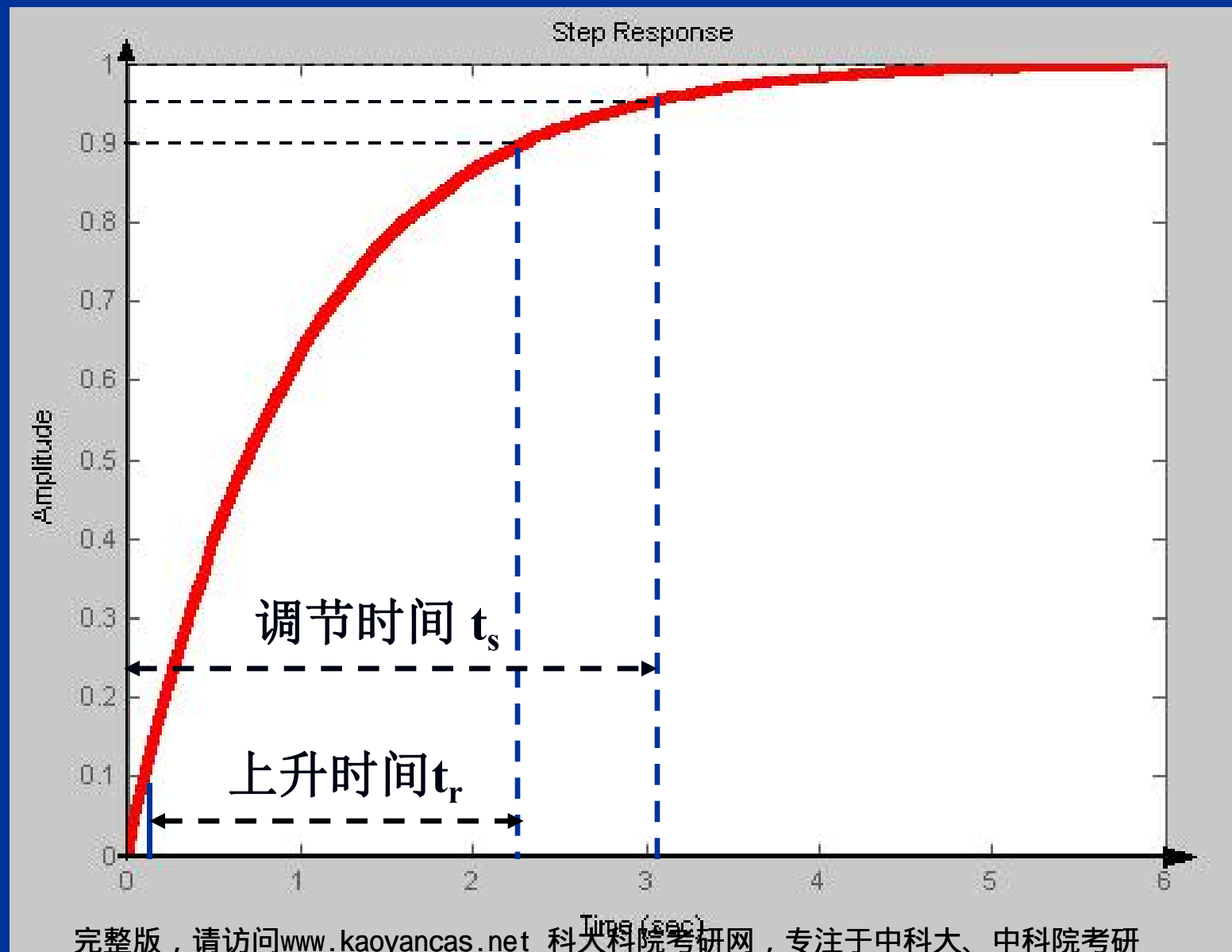
$$\sigma \% = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} \times 100\%$$

t_r , t_p 和 t_s 表示控制系统响应的快速性，而 $\sigma\%$ 和 N 反映系统动态过程的平稳性，即系统的阻尼程度。其中 t_s 和 $\sigma\%$ 是最重要的 2 个动态性能指标。

动态性能指标示意图1



动态性能指标示意图2

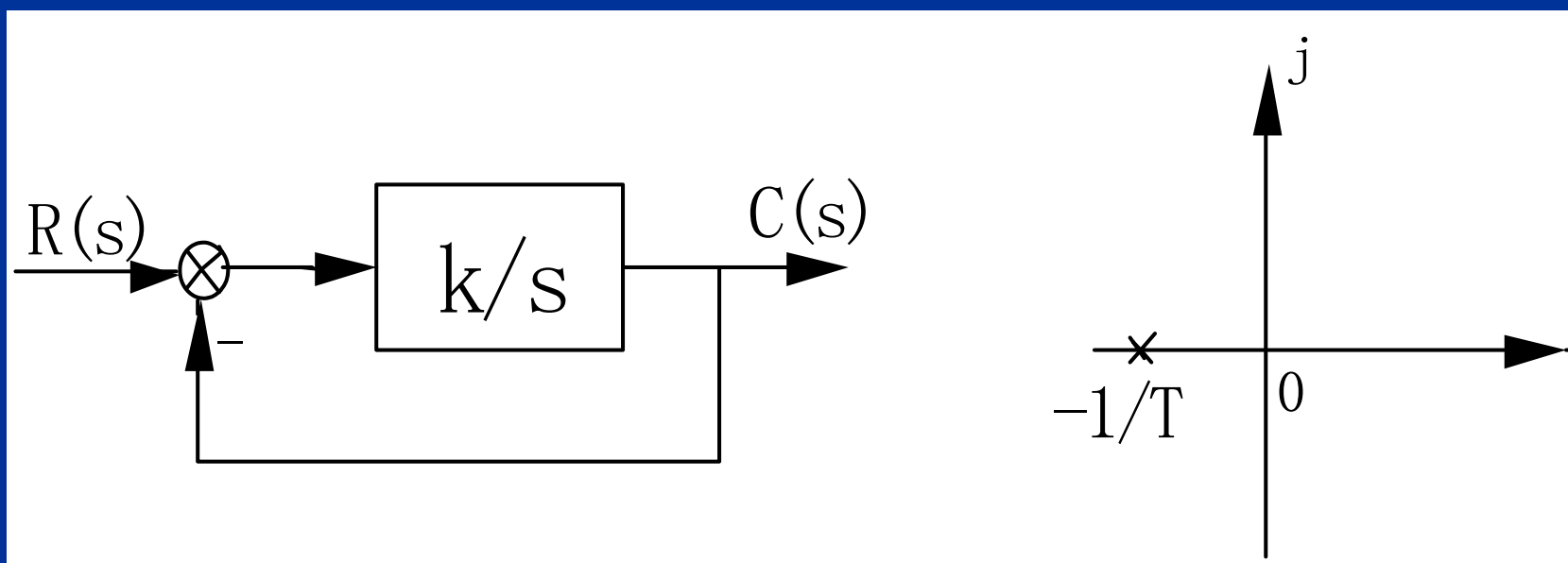


动态性能指标示意图3



4-2 一阶系统的时间响应

一 一阶系统的框图和极点分布图



闭环传递函数？留意开环、闭环极点的差异。

二 一阶系统的数学模型

微分方程为： $T \frac{dc(t)}{dt} + c(t) = r(t)$, T 为时间常数。

开环传递函数： $G(s) = \frac{1}{Ts} = \frac{k}{s}$, $k = \frac{1}{T}$ 为开环增益

闭环传递函数： $\phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{Ts + 1}$

T 是表征系统惯性大小的重要参数， T 越小，系统的快速性越好。

三 一阶系统时域分析

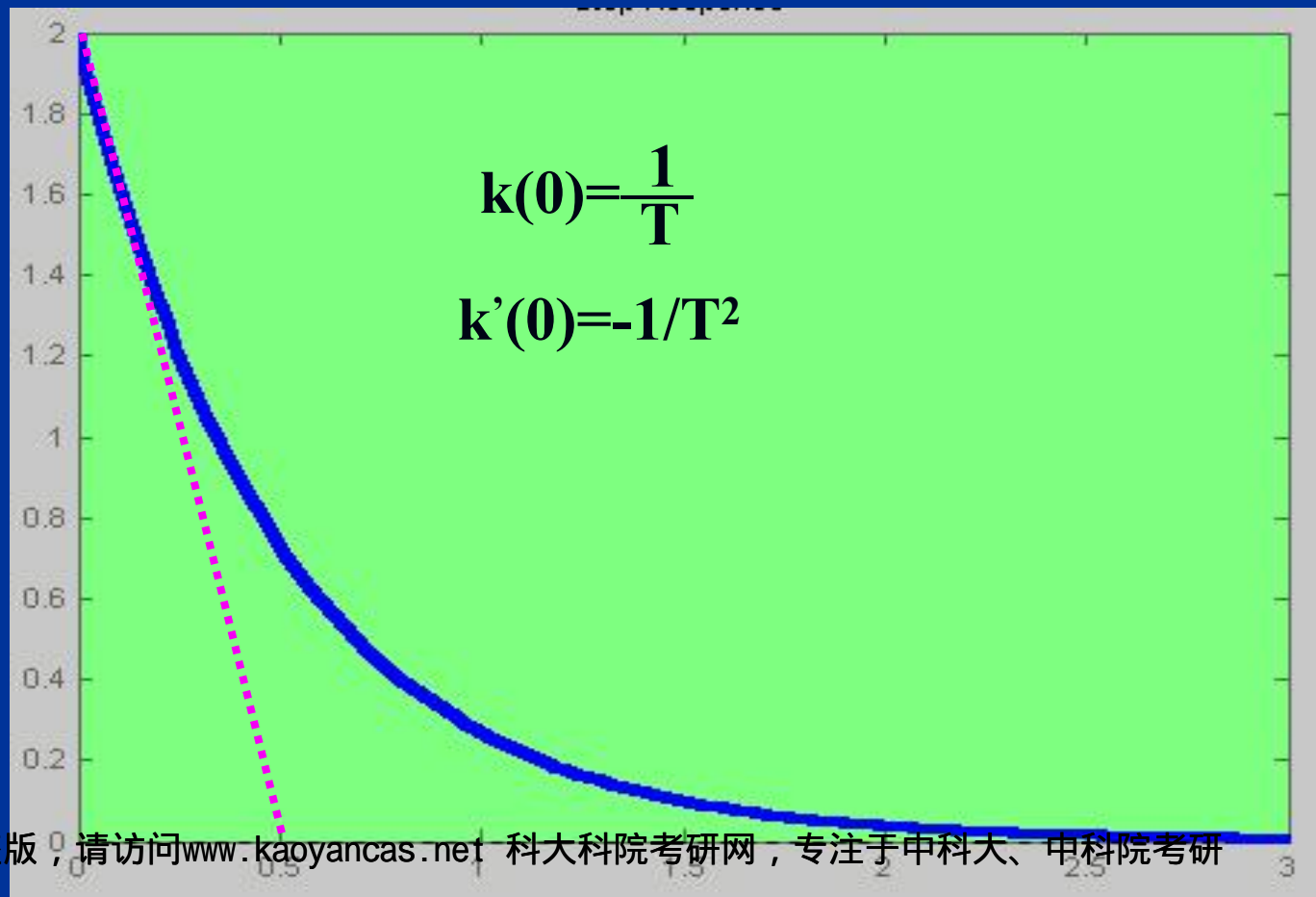
无零点的一阶系统 $\Phi(s) = \frac{k}{Ts+1}$

T —— 时间常数
(画图时取 $k=1, T=0.5$)

$$r(t) = \delta(t)$$

$$k(t) = \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}}$$

单
位
脉
冲
响
应

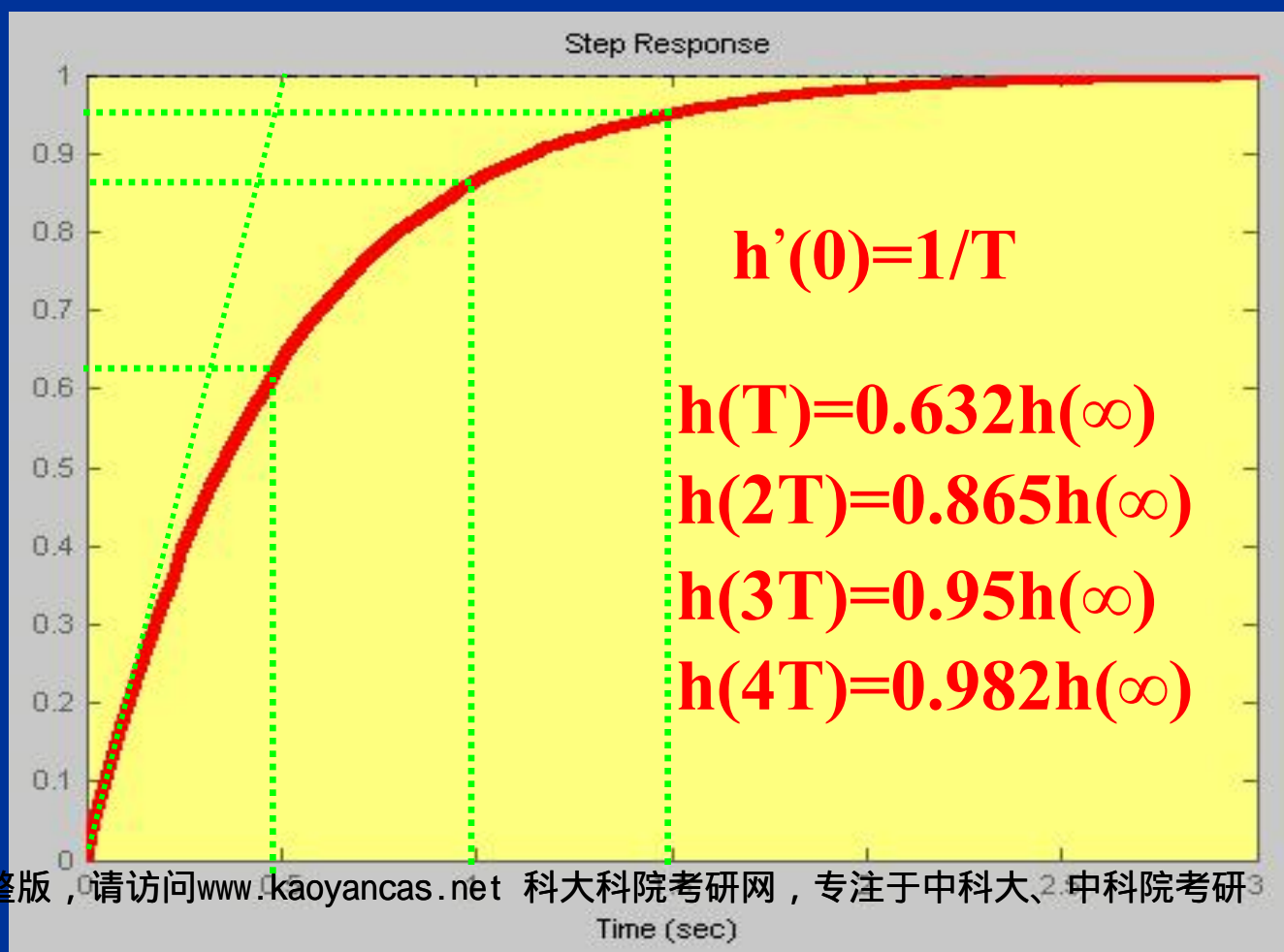


三 一阶系统时域分析

无零点的一阶系统 $\Phi(s) = \frac{k}{Ts+1}$ T —— 时间常数
(画图时取 $k=1, T=0.5$)

$r(t) = 1(t)$ $h(t) = 1 - e^{-t/T}$

单位阶跃响应



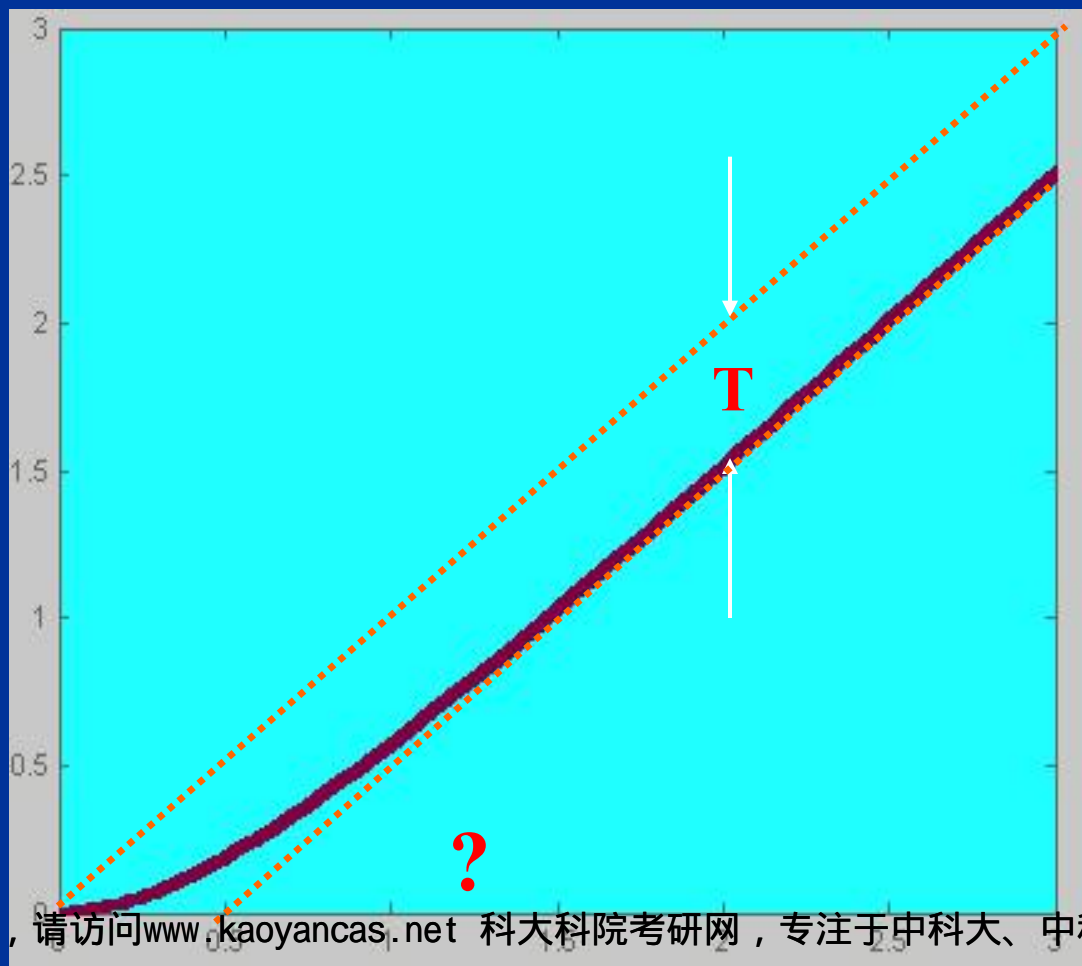
三 一阶系统时域分析

无零点的一阶系统 $\Phi(s) = \frac{k}{Ts+1}$

T —— 时间常数
(画图时取 $k=1, T=0.5$)

$r(t) = t$ $c(t) = t - T + Te^{-t/T}$

单位斜坡响应



三 一阶系统时域分析

无零点的一阶系统 $\Phi(s) = \frac{k}{Ts+1}$ T —— 时间常数
 (画图时取 $k=1, T=0.5$)

$$k(t) = \frac{1}{T} e^{-t/T}$$

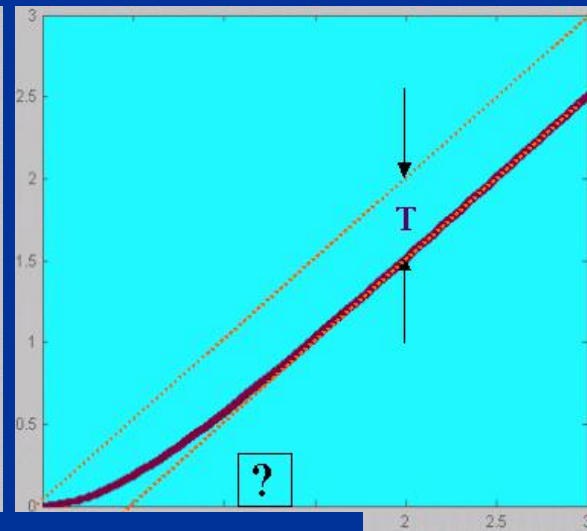
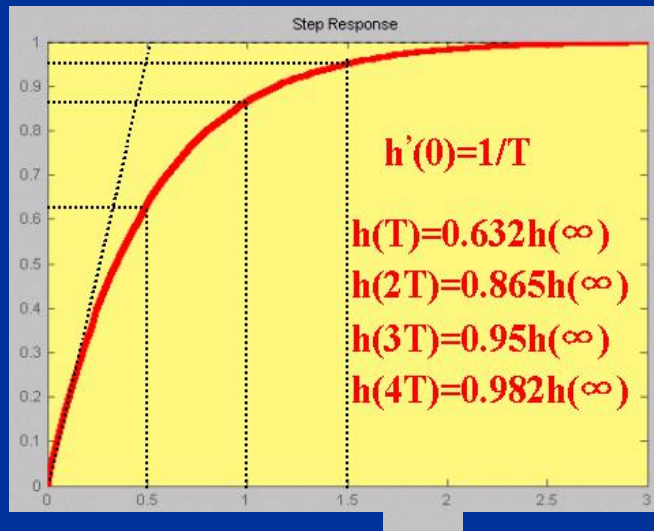
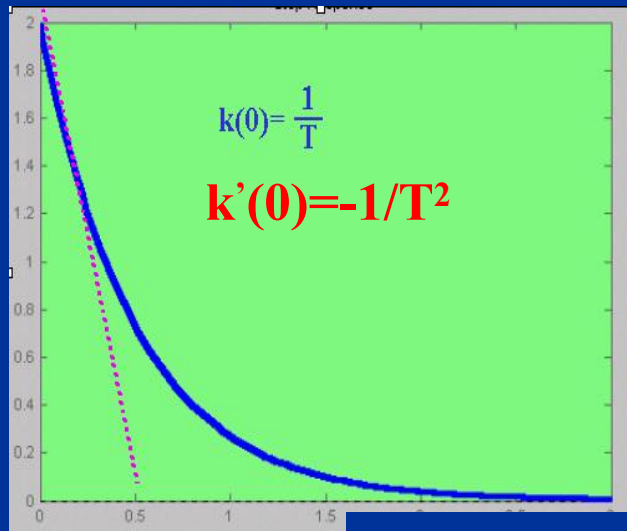
$$r(t) = \delta(t)$$

$$h(t) = 1 - e^{-t/T}$$

$$r(t) = 1(t)$$

$$c(t) = t - T + T e^{-t/T}$$

$$r(t) = t$$



问

1、3个图各如何求 T ?

2、调节时间 $t_s = ?$

3、 $r(t) = at$ 时， $e_{ss} = ?$

4、求导关系?

运动模态1（极点分布决定）

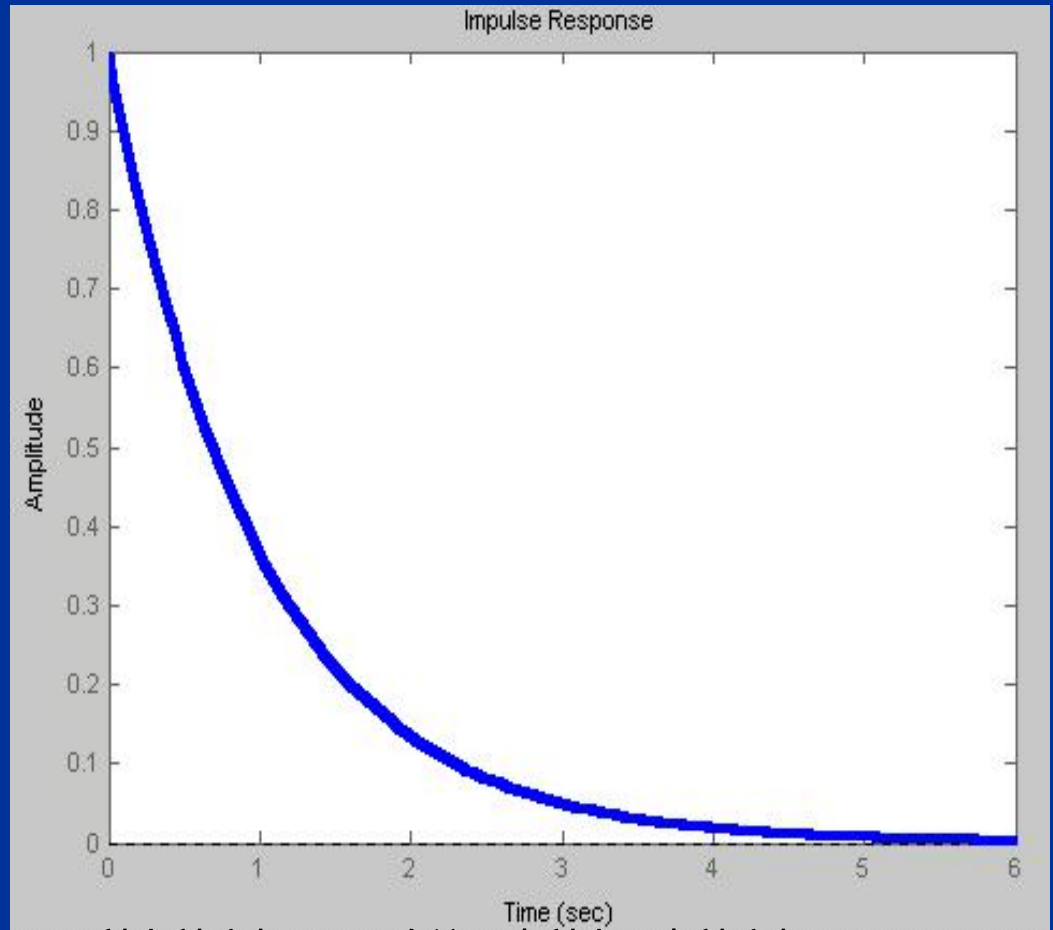
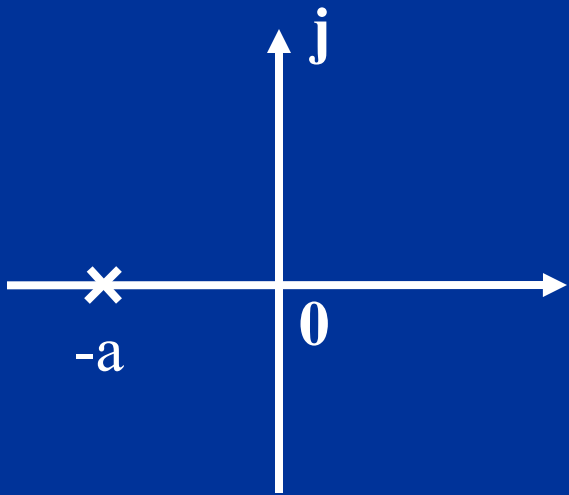
传递函数

$$\Phi(s) = \frac{A}{s+a}$$

脉冲响应

$$K(t) = Ae^{-at}$$

零极点分布图：



运动模态2

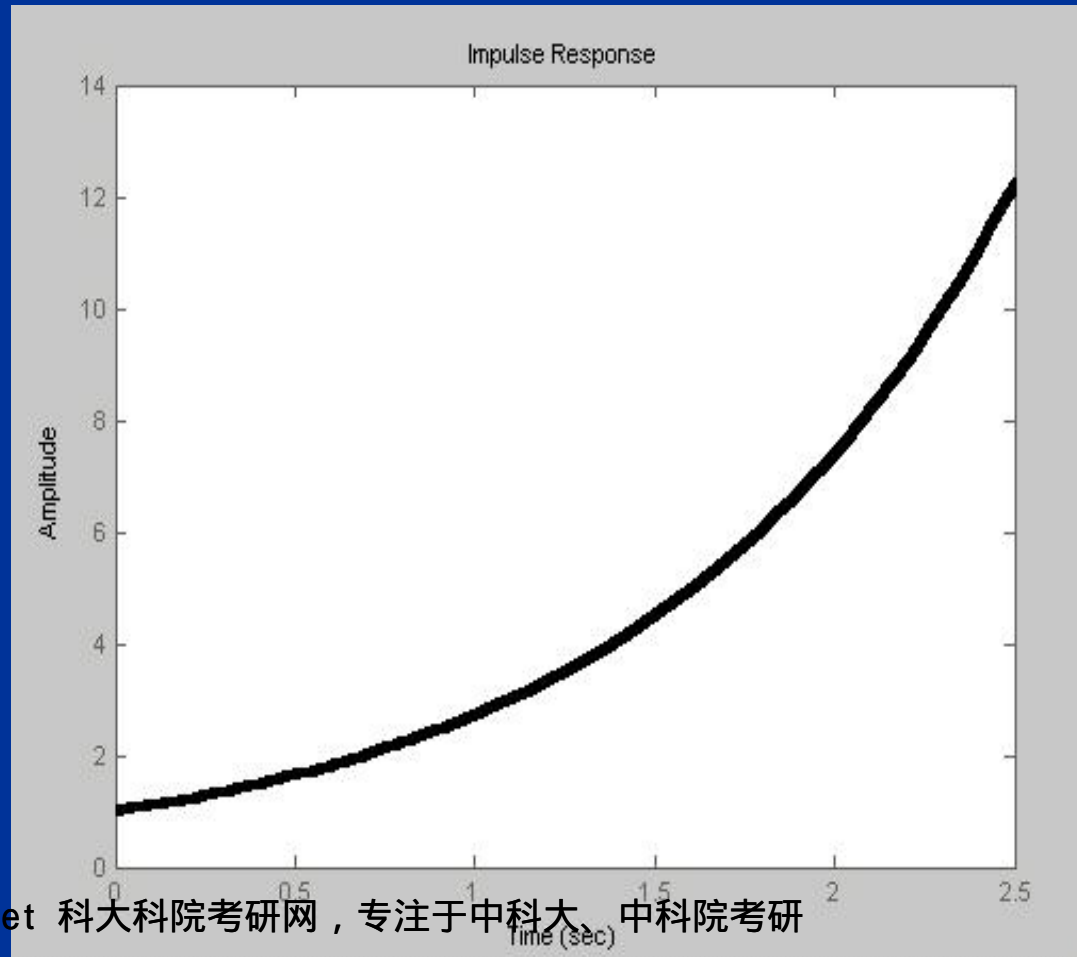
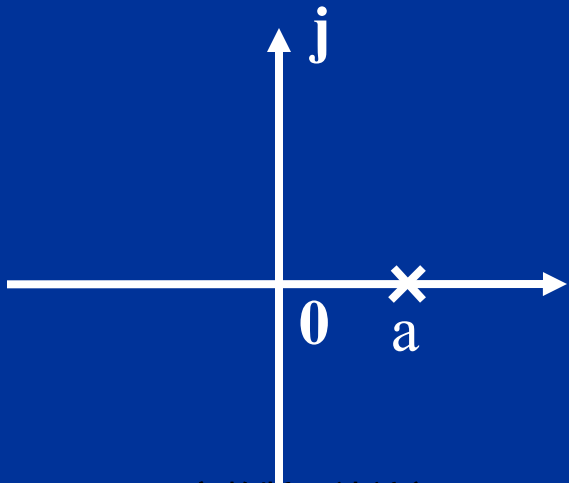
传递函数

$$\Phi(s) = \frac{A}{s-a}$$

脉冲响应

$$y(t) = Ae^{at}$$

零极点分布图:



例4.1 某系统在输入信号 $r(t)=(1+t)1(t)$ 作用下，测得输出响应为：

$$y(t) = (t + 0.9) - 0.9e^{-10t}, \quad t \geq 0$$

已知初始条件为零，试求系统的传递函数。

解

$$R(s) = \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} = \frac{s+1}{s^2}$$

$$Y(s) = L[y(t)] = \frac{1}{s^2} + \frac{0.9}{s} - \frac{0.9}{s+10} = \frac{10(s+1)}{s^2(s+10)}$$

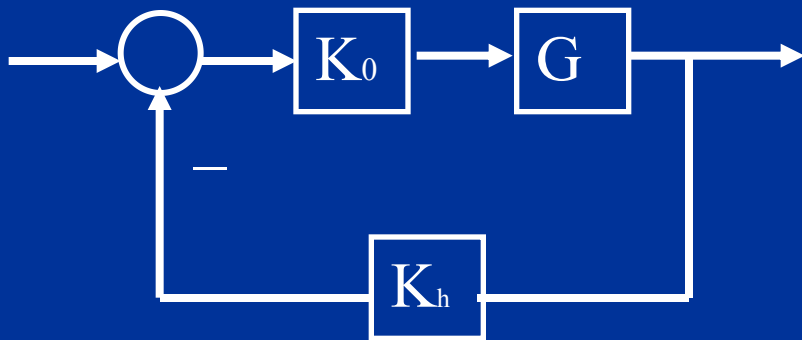
故系统传递函数为

$$\phi(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{0.1s+1}$$

例4.2 系统的结构图如下。已知原有开环系统的传递函数为

$$G(s) = 10 / (0.2s + 1)$$

若采用负反馈将调节时间 t_s 减小到原来的0.1倍，并保证总的放大系数不变。试确定参数 K_h 和 K_0 的数值。



解 首先求出满足要求的系统传递函数 $\phi(s)$ 。由于一阶系统的调节时间 t_s 与其时间常数成正比，按照标准型，系统的闭环传递函数应为：

$$\phi(s) = \frac{10}{(0.2s/10 + 1)}$$

又因为

$$\begin{aligned}\phi(s) &= \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_0 G(s)}{1 + K_H K_0 G(s)} = \frac{10K_0}{0.2s + 1 + 10K_H K_0} \\ &= \frac{\frac{10K_0}{1 + 10K_H K_0}}{\left(\frac{0.2}{1 + 10K_H K_0} s + 1\right)}\end{aligned}$$

比较系数有：

$$\begin{cases} \frac{10K_0}{1 + 10K_H K_0} = 10 \\ 1 + 10K_H K_0 = 10 \end{cases}$$

解得：

$$K_H = 0.09$$

$$K_0 = 10$$

习题

(与上一讲相同)

E6.1, E6.2, E6.4, E6.9, E6.14, E6.16, E6.17,
E6.19, P6.1, P6.11, P6.16, P6.18, DP6.2,
MP6.2, MP6.4

复习瞬态性能指标和1阶系统的响应。

熟悉Matlab。