第一章

2、已知真空中的光速c＝3*108m/s，求光在水（n=1.333）、冕牌玻璃（n=1.51）、火石玻璃（n=1.65）、加拿大树胶（n=1.526）、金刚石（n=2.417）等介质中的光速。

解：
$$n=\frac{c}{v}\Rightarrow v=\frac{3\times10^{8}}{n}$$

则当光在水中，n=1.333 时，v=2.25*108m/s,

当光在冕牌玻璃中，n=1.51 时，v=1.99*108m/s,

当光在火石玻璃中，n＝1.65 时，v=1.82*108m/s，

当光在加拿大树胶中，n=1.526 时，v=1.97*108m/s，

当光在金刚石中，n=2.417 时，v=1.24*108m/s。

3、一物体经针孔相机在屏上成一60mm 大小的像，若将屏拉远50mm，则像的大小变为70mm,求屏到针孔的初始距离。

解：在同种均匀介质空间中光线直线传播，如果选定经过节点的光线则方向不变，令屏到针孔的初始距离为x，则可以根据三角形相似得出：

$$\frac{60}{70}=\frac{x}{x+50}$$

所以x=300mm

即屏到针孔的初始距离为300mm。

4、一厚度为200mm 的平行平板玻璃（设n=1.5），下面放一直径为1mm 的金属片。若在玻璃板上盖一圆形纸片，要求在玻璃板上方任何方向上都看不到该金属片，问纸片最小直径应为多少？

解：令纸片最小半径为x,

则根据全反射原理，光束由玻璃射向空气中时满足入射角度大于或等于全反射临界角时均会发生全反射，而这里正是由于这个原因导致在玻璃板上方看不到金属片。而全反射临界角求取方法为：

$$\sin I_m=\frac{n_2}{n_1}\qquad(1)$$

其中n2=1, n1=1.5,

同时根据几何关系，利用平板厚度和纸片以及金属片的半径得到全反射临界角的计算方法为：

$$tgI_m=\frac{x-1/2}{200}\qquad(2)$$

联立（1）式和（2）式可以求出纸片最小直径x=179.385mm， 所以纸片最小直径为358.77mm。

8、.光纤芯的折射率为n_1，包层的折射率为n_2，光纤所在介质的折射率为n_0，求光纤的数值孔径（即$n_0\sin I_1$，其中I_1为光在光纤内能以全反射方式传播时在入射端面的最大入射角）。

解：位于光纤入射端面，满足由空气入射到光纤芯中，应用折射定律则有：

$$n_0\sin I_1=n_2\sin I_2\qquad(1)$$

而当光束由光纤芯入射到包层的时候满足全反射，使得光束可以在光纤内传播，则有：

$$\sin(90^0 - I_2) = \frac{n_2}{n_1} \qquad (2)$$

由（1）式和（2）式联立得到 n_0 ．

16、一束平行细光束入射到一半径r=30mm、折射率n=1.5 的玻璃球上，求其会聚点的位置。如果在凸面镀反射膜，其会聚点应在何处？如果在凹面镀反射膜，则反射光束在玻璃中的会聚点又在何处？反射光束经前表面折射后，会聚点又在何处？说明各会聚点的虚实。

解：该题可以应用单个折射面的高斯公式来解决，

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n'-n}{r}$$

设凸面为第一面，凹面为第二面。

（1）　首先考虑光束射入玻璃球第一面时的状态，使用高斯式公式式：

$$由\ \frac{n_1'}{l_1'} - \frac{n_1}{l_1} = \frac{n_1'-n_1}{r_1}\ ,\quad n_1' = 1.5\ ,\quad r_1 = 30\ ,\quad n_1 = 1\ ,\ l_1 = \infty$$

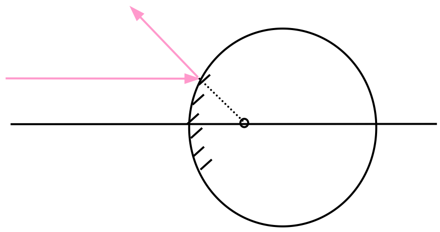
$$得到：\ l_1' = 90mm$$

$$对于第二面，\ d = 60mm，\ l_2 = l_1' - d = 90 - 60 = 30mm$$

$$由\ \frac{n_2'}{l_2'} - \frac{n_2}{l_2} = \frac{n_2'-n_2}{r_2}，\quad n_2' = 1，\quad n_2 = 1.5\ ,\quad r_2 = -30，\quad l_2 = 30$$

$$得到：\quad l_2' = 15mm$$

会聚点位于第二面后15mm 处。



（2） 将第一面镀膜，就相当于凸面镜

像位于第一面的右侧，只是延长线的交点，

因此是虚像。

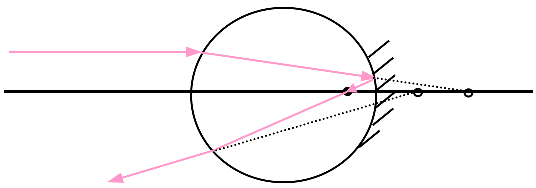
还可以用β正负判断：

$$\beta = \frac{nl'}{n'l} = -\frac{15}{-\infty} \rangle\ 0\ ，实物成虚像。$$

（3）　光线经过第一面折射：$l_1' = 90mm$ ，$l_2 = 30$ ，第二面镀膜，则：

$$\frac{1}{l_2'} + \frac{1}{l_2} = \frac{2}{r_2}\ ，\ l_2 = 30\ ，\ r_2 = -30$$

得到：*12=-10mm*



像位于第二面前 10mm 处。

$$\beta = \frac{l_2'}{l_2} = \frac{1}{3} > 0 \quad 与物虚实相反，$$

（4）　在经过第一面折射：

$l_3 = 60 - 10 = 50mm$， $n_3 = 1.5$ ， $n_3' = 1$ ， $r = 30$ ， $\frac{n_3'}{l_3'} - \frac{n_3}{l_3} = \frac{n_3' - n_3}{r_3}$

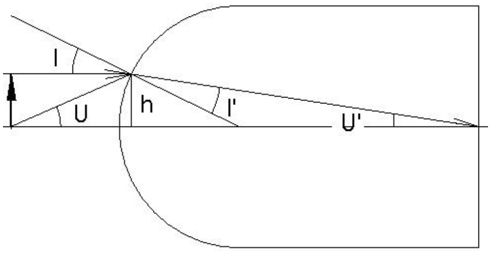
得到：$l_3' = 75mm$

最后像位于第一面后 75mm，

$\beta = \frac{n_3 l_3'}{n_3' } = \frac{1.5 \times 75}{50} > 0$ ，

物像相反为虚像。

19、有一平凸透镜r1=100mm, r2=∞ ，d=300mm, n=1.5, 当物体在-∞时，求高斯像的位置l'。在第二面上刻一十字丝，问其通过球面的共轭像在何处？当入射高度h=10mm，实际光线的像方截距为多少？与高斯像面的距离为多少？



解：

对于平面 l=0 得到 l' =0 ，即像为其本身，

即焦面处发出的经第一面成像于无穷远处，为平行光出射

（3）当入射高度为 10mm 时：

$$\sin I = \frac{h}{r}$$

$$\sin I' = \frac{n}{n'} \sin I$$

$$U' = U + I - I'$$

$$L' = r(1 + \frac{\sin I'}{\sin U'})$$

得到：　L'=299.398　　　$\Delta d = L' - l' = -0.7$

20、一球面镜半径r=-100mm，求 ＝0 ，-0.1 ，-0.2 ，-1 ，1 ，5，10，∝时的物距和像距。

解：（1）

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}$$

$$\beta = \frac{l'}{l} = 0$$

$$r = -100$$

$$n = -n$$

得到 $l = \infty$，$l' = -50$

同理

（2）$\beta = -0.1$ 得到：$l = 450$，$l' = -45$　　（3）$\beta = -0.2$ 得到：$l = 200$，$l' = -40$

（4）$\beta = -1$ 得到：$l = 100$，$l' = -100$　　（5）$\beta = 1$ 得到：$l = -100$，$l' = -100$

（6）$\beta = 5$ 得到：$\begin{matrix} l = 40 \\ l' = 200 \end{matrix}$　　（7）$\beta = 10$ 得到：$\begin{matrix} l = 45 \\ l' = 450 \end{matrix}$

（8）$\beta = \infty$ 得到：$\begin{matrix} l = 50 \\ l' = \infty \end{matrix}$

21、一物体位于半径为r 的凹面镜前什么位置时，可分别得到：放大4 倍的实像，放大4 倍的虚像、缩小4 倍的实像和缩小4 倍的虚像？

解：（1）放大4 倍的实像

$\beta = -4$

$\frac{1}{l'} + \frac{1}{l} = \frac{2}{r}$，　$\beta = -\frac{l'}{l}$　　得到：$\begin{matrix} l = \frac{5}{8}r \\ l' = -\frac{5}{2}r \end{matrix}$

（2）放大四倍虚像　　$\beta = 4$

同理，得到：$\begin{matrix} l = \frac{3}{8}r \\ l' = -\frac{3}{2}r \end{matrix}$

（3）缩小四倍实像　　$\beta = -1/4$

同理，得到：$\begin{matrix} l = \frac{5}{2}r \\ l' = \frac{5}{8}r \end{matrix}$

（4）缩小四倍虚像　　$\beta = 1/4$

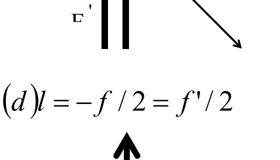
同理，得到：$\begin{matrix} l = -\frac{3}{2}r \\ l' = \frac{3}{8}r \end{matrix}$

第二章

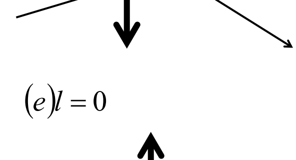
1、针对位于空气中的正透镜组 $(f' > 0)$ 及负透镜组 $(f' < 0)$，试用作图法分别对以下物距 $-\infty, -2f, -f, -f/2, 0, f/2, f, \infty$，求像平面的位置。

解：1. $f' > 0$

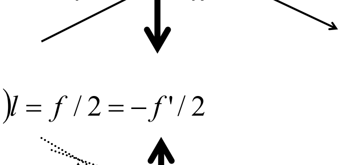
$(a)\, l = -\infty$



$(b)\, l = -2f = 2f'$

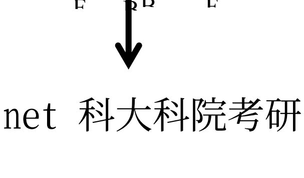


$(c)\, l = -f = f'$

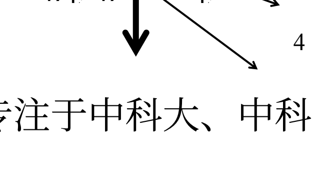


$(d)\, l = -f/2 = f'/2$

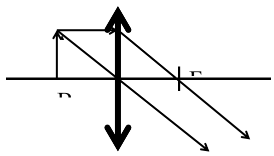
$(e)\, l = 0$



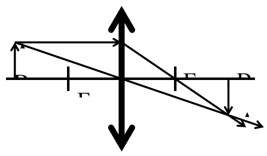
$(f)\, l = f/2 = -f'/2$



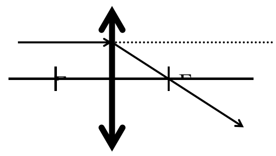
$(g) l=f=-f'$



$(h) l=2f=-2f'$

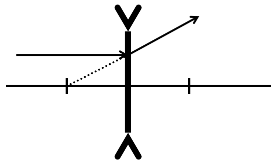


$(i) l=+\infty$

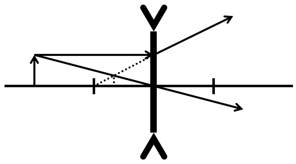


2. $f'<0$

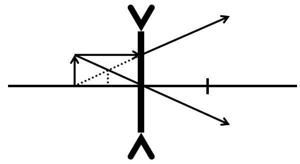
$(a) l=-\infty$



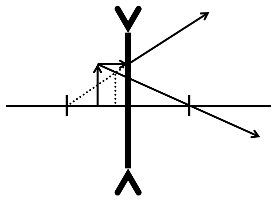
$(b) l=-2f$



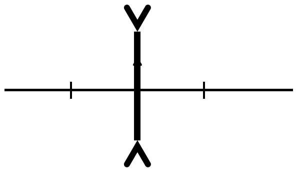
$(c) l=-f$



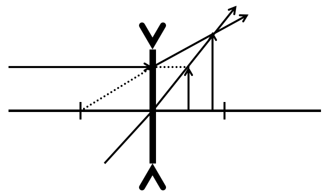
$(d) l=-f/2$



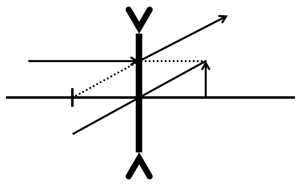
$(e) l=0$



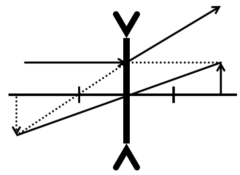
$(f) l=f/2$



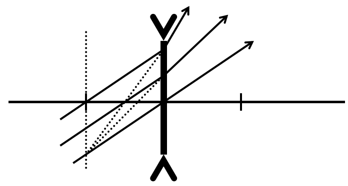
$(g) l=f$



$(h) l=2f$



$(i) l=+\infty$



2、 已知照相物镜的焦距 f’＝75mm,被摄景物位于（以 F 点为坐标原点）

$x=-\infty,-10m,-8m,-6m,-4m,-2m,$ 处，试求照相底片应分别放在离物镜的像方焦面多远的地方。

解：（1）x= -∝ ，xx′=ff′ 得到：x′=0

（2）x′=0.5625

(3)x′=0.703

(4)x′=0.937

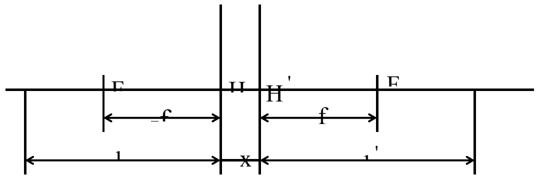
(5)x′=1.4

(6) x′=2.81

3、.设一系统位于空气中，垂轴放大率 $\beta=-10*$，由物面到像面的距离（共轭距离）为 7200mm，物镜两

焦点间距离为 1140mm。求该物镜焦距，并绘出基点位置图。

解:



$\because$ 系统位于空气中，$f^{'}=-f$

$$\beta=\frac{y'}{y}=\frac{l'}{l}=-10$$

由已知条件：$f^{'}+(-f)+x=1140$

$$l^{'}+(-l)+x=7200$$

解得：$f^{'}=600mm \quad x=-60mm$

4、已知一个透镜把物体放大-3x 投影在屏幕上，当透镜向物体移近 18mm 时，物体将被放大-4x 试求透镜的焦距，并用图解法校核之。

解：方法一：

$$\beta_1=\frac{l_1^{'}}{l_1}=-3 \qquad \Rightarrow \qquad l_1^{'}=-3l_1=-3(l_2-18) \qquad ①$$

$$\beta_2=\frac{l_2^{'}}{l_2}=-4 \qquad \Rightarrow \qquad l_2^{'}=-4l_2 \qquad ②$$

$$-l_1=-l_2+18 \qquad \Rightarrow \qquad l_1=l_2-18 \qquad ③$$

$$\left.\begin{array}{l}1/l_1^{'}-1/l_1=1/f' \\ 1/l_2^{'}-1/l_2=1/f'\end{array}\right. \qquad \Rightarrow \qquad 1/l_1^{'}-1/l_1=1/l_2^{'}-1/l_2 \qquad ④$$

将①②③代入④中得 $\quad l_2=-270mm \quad l_2^{'}=-1080mm$

$$\therefore \quad f'=216mm$$

方法二： $\beta_1=-\frac{f}{x_1}=-3$

$$\beta_2=-\frac{f}{x_2}=-4 \qquad \Rightarrow \qquad f=-216mm$$

$$x_2-x_1=18$$

方法三： $\bar{\alpha}=\dfrac{\Delta x'}{\Delta x}=\dfrac{n'}{n}\beta_1\beta_2=(-3)(-4)=12$

$$\Delta x'=12\times 18=-216$$

$$\because \beta=-\frac{x'}{f'} \qquad \therefore \beta_1-\beta_2=\frac{-x_1'+x_2'}{f'}=\frac{\Delta x'}{f'}=-3+4=1$$

$$\therefore f'=\Delta x'=216mm$$

5、一个薄透镜对某一物体成实像，放大率为-1ˣ,今以另一个薄透镜紧贴在第一个透镜上，则见像向透镜方向移动 20mm，放大率为原先的 3/4 倍，求两块透镜的焦距为多少?

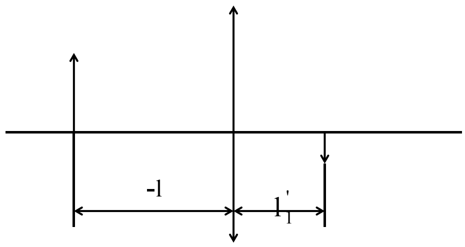
解：

由 $\begin{cases} l_2-l_2'=20 \\ \beta_2=\dfrac{3}{4}=\dfrac{l_2}{l_2} \end{cases}$ ，解得： $l_2=80=l_1'$ ， $l_2'=60$

$\dfrac{1}{l_2'}-\dfrac{1}{l_2}=\dfrac{1}{f_2}$ ，解得： $f_2'=240$

$\beta_1=\dfrac{l_1'}{l_1}=-1$ ， $l_1=-80$ ， $\dfrac{1}{l_1'}-\dfrac{1}{l_1}=\dfrac{1}{f_1'}$ ， 解得： $f_1'=40$

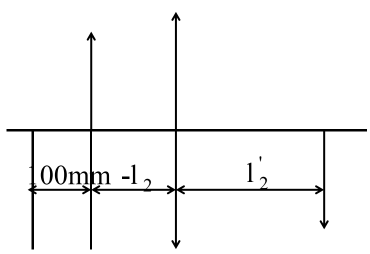
6、有一正薄透镜对某一物成倒立的实像，像高为物高的一半，今将物面向物体移近 100mm，则所得像与物同大小，求该正透镜组的焦距。



解：由已知得： $\beta_1=\dfrac{l_1'}{l_1}=-\dfrac{1}{2}$

$$\beta_2=\frac{l_2'}{l_2}=-1$$

$$-l_1=-l_2+100$$



由高斯公式： $\dfrac{1}{l_1'}-\dfrac{1}{l_1}=\dfrac{1}{l_2'}-\dfrac{1}{l_2}$

解得： $f'=\dfrac{-l_2}{2}=100mm$

7、希望得到一个对无限远成像的长焦距物镜，焦距 f′ =1200mm，由物镜顶点到像面的距离 L=700 mm，由系统最后一面到像平面的距离（工作距）为 $l_k' = 400mm$，按最简单结构的薄透镜系统考虑，求系统结构，并画出光路图。

① $f' = -\dfrac{f_1 f_2^1}{\Delta} = 1200$

② $\Delta = d - f_1^1 + f_2$

③ $d = L - l_K' = 700 - 400$

④ $l_K' = f'(1 - \dfrac{d}{f_1'}) = l_K' = 400$

由①②③④得 $f_1' = 400$ ，$f_2' = -240$,d=300

8、一短焦距物镜，已知其焦距为 35 mm，筒长 L=65 mm，工作距,按最简单结构的薄透镜系统考虑，求系统结构。

解：

① $f' = -\dfrac{f_1 f_2^1}{\Delta} = 35$

② $\Delta = d - f_1^1 + f_2$

③ $d = L - l_K' = 65 - 50$

④ $l_K' = f'(1 - \dfrac{d}{f_1'}) = l_K' = 50$

由①②③④得 $f_1' = -35$ ，$f_2' = 25$ ，d=15

9、已知一透镜 $r_1 = -200mm, r_2 = -300mm, d = 50mm, n = 1.5$，求其焦距,光焦度，基点位置。

解：已知 $r_1 = -200mm, r_2 = -300mm, d = 50mm, n = 1.5$

求：f'，φ，基点位置。

$$\varphi = 1/f' = (n-1)(\rho_1 - \rho_2) + \frac{(n-1)^2}{n} d\rho_1\rho_2 = -0.69m^{-1}$$

$$f' = -1440mm$$

$$l_F' = f'(1 - \frac{n-1}{n} d\rho_1) = -1560mm$$

$$l_F = -f'(1 + \frac{n-1}{n} d\rho_2) = 1360mm$$

$$l_H' = -f'(\frac{n-1}{n})d\rho_1 = -120mm$$

$$l_H = f'(\frac{n-1}{n})d\rho_2 = -80mm$$

$$f = \frac{nr_1r_2}{(n-1)[n(r_2-r_1)+(n-1)d]} = -1440\text{mm}$$

$$\phi = \frac{1}{f'} = -0.69m^{-1}$$

10、一薄透镜组焦距为 100 mm，和另一焦距为 50 mm 的薄透镜组合，其组合焦距仍为 100 mm，问两薄透镜的相对位置。

$$\begin{cases} f_1' = 100 \\ f_2' = 50 \\ f = 100 \end{cases} \quad \text{又} \because f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta}$$

$$\therefore \Delta = -50 = d - f_1' + f_2' = \text{d} - 100 - 50 \qquad \text{得：d=100mm}$$

第三章

2、有一双面镜系统，光线平行于其中一个平面镜入射，经两次反射后，出射光线与另一平面镜平行，问两平面镜的夹角为多少？

解：

$$\because M_2M_3 // OA \quad \therefore M_1N_1 \perp M_2M_3 \text{ 又} \because I_1'' = -I_1 \quad \therefore \alpha = I_2'' - I_2$$

同理：$\alpha = I_1'' - I_1 \quad \Delta M_1M_2M_3$ 中 $\quad \alpha + (I_2'' - I_2) + (I_1'' - I_1) = 180^\circ$

$$\therefore \alpha = 60^\circ$$

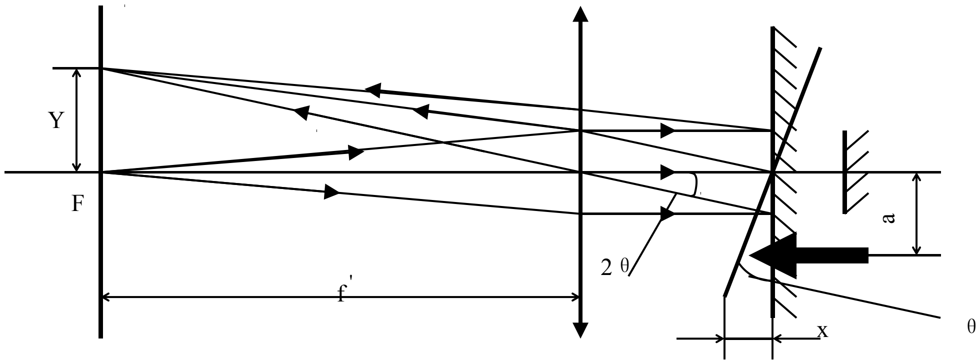
答：α 角等于 60°。

3、如图 3-4 所示，设平行光管物镜 L 的焦距 f'=1000mm，顶杆离光轴的距离 a=10mm。如果推动顶杆使平面镜倾斜，物镜焦点 F 的自准直象相对于 F 产生了 y =2mm 的位移，问平面镜的倾角为多少？顶杆的移动量为多少？

解：

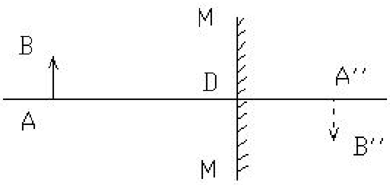
$y = 2f'\theta$ $\qquad \theta = \dfrac{2}{2\times 1000} = 0.001rad$ $\qquad \theta = \dfrac{x}{\alpha}$

$\therefore x = a \times \theta = 10 \times 0.001 = 0.01mm$



4．一光学系统由一透镜和平面镜组成，如图3-3所示，平面镜MM 与透镜光轴垂直交于D 点，透镜前方离平面镜600 mm 有一物体AB，经透镜和平面镜后，所成虚像A＂B＂至平面镜的距离为150 mm，且像高为物高的一半，试分析透镜焦距的正负，确定透镜的位置和焦距，并画出光路图。

解：



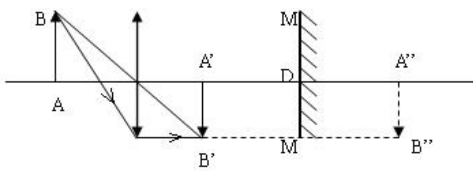
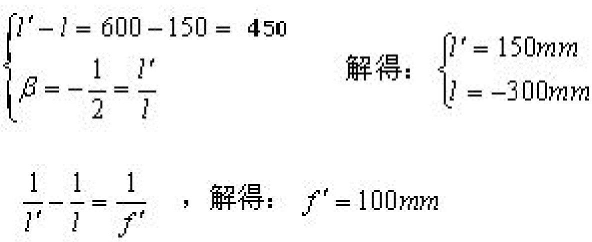


图３-3 习题4图

解：平面镜成β=1 的像，且分别在镜子两侧，物像虚实相反。



$$\begin{cases} l' - l = 600 - 150 = 450 \\ \beta = -\dfrac{1}{2} = \dfrac{l'}{l} \end{cases} \quad 解得：\begin{cases} l' = 150mm \\ l = -300mm \end{cases}$$

$$\frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f'} \quad ，解得：\ f' = 100mm$$

6．用焦距=450mm 的翻拍物镜拍摄文件，文件上压一块折射率n=1.5，厚度d=15mm的玻璃平板，若拍摄倍率，试求物镜后主面到平板玻璃第一面的距离。

解

（1） $\beta = -1 = -\dfrac{x'}{f'}$ ，得： $x' = 450$，即 $l' = -900$

（2） $\beta = -1 = \dfrac{l'}{l}$ ，得： $l = l' = -900$

此为平板平移后的像。

$$\Delta l' = d(1 - \frac{1}{n}) = 5$$

900-（15-5）=890

第七章

1．一个人近视程度是-2D（屈光度），调节范围是8D，求：（1） 其远点距离；

（2） 其近点距离；

（3） 配带100 度的近视镜，求该镜的焦距；

（4） 戴上该近视镜后，求看清的远点距离；

（5） 戴上该近视镜后，求看清的近点距离。

解：这点距离的倒数表示近视程度

（1） $\dfrac{1}{l_r} = -2(D) \Rightarrow l_r = -\dfrac{1}{2} = 0.5\text{m}$

（2） $R - P = \overline{A} \Rightarrow -2 - P = \overline{A} = 8 \Rightarrow P = -10$，$\dfrac{1}{l_p} = -\dfrac{1}{10} = -0.1\text{m}$

（3） $\left.\begin{array}{l} f' = l_r \\ \dfrac{1}{l_r} = R = -1(D) \Rightarrow l_r = -1m \end{array}\right\} \Rightarrow f' = -1m$

（4） $f' = l_r = -1m$

（5） $\begin{cases} \dfrac{1}{l_1'} - \dfrac{1}{l_1} = \dfrac{1}{-1000} \\ l_1' = -0.5m = 500mm \end{cases} \Rightarrow l_1 = -1000mm = -1m$

$R - P = \overline{A} = 8$，$-1 - P = 8 \Rightarrow P = -9$，$l_p = -\dfrac{1}{9}$（m）

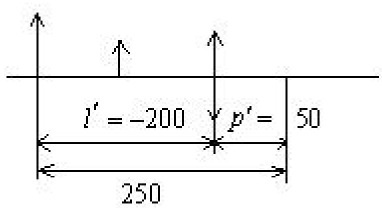
2．一放大镜焦距f′＝２５ｍｍ，通光孔径Ｄ＝１８ｍｍ，眼睛距放大镜为50mm，像距离眼睛在明视距离250mm，渐晕系数K=50%，试求：（1）视觉放大率；（2）线视场；（3）物体的位置。

解：

（1） $\Gamma = \dfrac{250}{f'} + 1 - \dfrac{p'}{f'} = 10 + 1 - \dfrac{50}{25} = 9^{\times}$

（2） $2y = \dfrac{500h}{\Gamma p'} = \dfrac{500 \times 9}{9 \times 50} = 10$

（3） $\begin{cases} \dfrac{1}{l'} - \dfrac{1}{l} = \dfrac{1}{f'} \Rightarrow l = -\dfrac{200}{9} \\ l' = -200 \end{cases}$



3．一显微物镜的垂轴放大倍率β=-3，数值孔径NA=0.1，共轭距L=180mm，物镜框是孔径光阑，目镜焦距f′=25mm。

（1） 求显微镜的视觉放大率；

（2） 求出射光瞳直径；

（3） 求出射光瞳距离（镜目距）；

（4） 斜入射照明时，λ=0.55μm ，求显微镜分辨率；

（5） 求物镜通光孔径；

（6） 设物高2y=6mm，渐晕系数K=50%，求目镜的通光孔径。

解：

（1）$\Gamma=\beta\Gamma_{目}=-3\times\frac{250}{25}=-30^{\times}$

$$\begin{cases}\beta=-3=\frac{l'}{l}\Rightarrow l'=-3l\\ l'-l=180\end{cases}\Rightarrow l=-45,l'=135$$

（2）$\beta=\frac{l'}{l}=\frac{29.6}{-160}=\frac{2h}{2h}$　　$2h$：物孔径　　$2h'$：出瞳距

$$NA=n\sin u=0.1=\sin u\approx tgu\approx\frac{h}{45}=0.1$$

$$h=4.5\quad\Rightarrow\quad 2h=9$$

$$2h=\frac{29.6}{-160}\times 9=1.67mm$$

（3）物方孔阑　它经目镜成像

物目距离　$135+25=160$

$$\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f_{目}'}\quad\Rightarrow\quad\frac{1}{l'}-\frac{1}{-100}=\frac{1}{25}\quad\Rightarrow\quad l=29.6$$

（4）$\sigma=\frac{0.5\lambda}{NA}=\frac{0.5\times 0.55\mu}{0.1}=0.00275mm$

（5）⑤目镜的放大率　　$\beta_{目}=\frac{l_Z'}{l_Z}=\frac{29.62}{-160}=-0.185$

$$D=\frac{1.67}{0.185}=9.02mm$$

（6）$tg\omega=\frac{3}{45}=\frac{D_{目}/2}{135+25}\quad\Rightarrow\quad D_{目}=21.33$

4．欲分辨0.000725mm 的微小物体，使用波长$\lambda=0.00055mm$，斜入射照明，

问：（1） 显微镜的视觉放大率最小应多大？（2） 数值孔径应取多少适合？

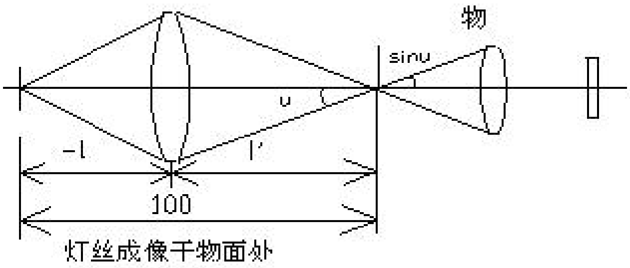
解： 此题需与人眼配合考虑

（1）$\sigma=\frac{0.5\lambda}{NA}=0.000725\quad\Rightarrow\quad NA=\frac{0.5\times 0.00055}{0.000725}=0.4$

在明视处人眼能分辨最小距离

（2）$\Gamma = \frac{0.00029 \times 250}{0.000725} = 200^{\times}$

5. 有一生物显微镜，物镜数值孔径NA=0.5，物体大小2y=0.4mm，照明灯丝面积12×12mm²，灯丝到物面的距离100mm，采用临界照明，求聚光镜焦距和通光孔径。



解：

视场光阑决定了物面大小，而物面又决定了照明的大小

$$2y = 0.4$$
$$NA = n\sin u = 0.5 \Rightarrow \sin u = 0.5$$
$$\sin u = \tan u = \frac{D/2}{l'}$$

$$\left.\begin{aligned} l' - l &= 100 \\ \frac{l'}{l} &= \frac{0.4}{1.2} = \beta \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} l' &= 25 \\ l &= -75 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{25} - \frac{1}{-75} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = 18.75$$

$$\sin u = tgu = \frac{D/2}{l'} \Rightarrow 0.5l' = D/2 \Rightarrow D = l' = 25$$

6. 为看清4km 处相隔150mm 的两个点（设1′=0.0003rad），若用开普勒望远镜观察，则：

（1） 求开普勒望远镜的工作放大倍率；

（2） 若筒长L=100mm，求物镜和目镜的焦距；

（3） 物镜框是孔径光阑，求出设光瞳距离；

（4） 为满足工作放大率要求，求物镜的通光孔径；

（5） 视度调节在（屈光度），求目镜的移动量；

（6） 若物方视场角，求像方视场角；

（7） 渐晕系数K=50%，求目镜的通光孔径；

解：

$$\varphi_0 = \frac{150}{4000000} = 0.0000375$$

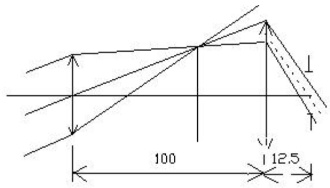
因为：应与人眼匹配

（1）$M = \frac{1'}{\varphi_0} = \frac{0.0003}{0.0000375} = 8^{\times}$

（2） $l=100=f_目'+f_物'$，$\Gamma=\dfrac{f_物'}{f_目'}=8$ $\Rightarrow$ $f_目'=11.1$，$f_物'=88.9$

（3）出瞳 $l=-100$，$f_目'=11.1$

$\dfrac{1}{l'}-\dfrac{1}{l}=\dfrac{1}{f_目'}\Rightarrow l'=12.5$



（4） $\varphi=\dfrac{140''}{D}\Rightarrow D=\dfrac{140}{\varphi}=18.4$

（5） $x=\dfrac{\pm Df_目'^2}{1000}=\pm 0.62$

（6） $\Gamma=8=\dfrac{tg\omega'}{tg\omega}\Rightarrow tg\omega'=8tg4^0\Rightarrow \omega'=29.2\Rightarrow 2\omega'=58.4^0$

（7） $tg4=\dfrac{h}{100}\Rightarrow h=tg4\times 100=7\times 2=14$

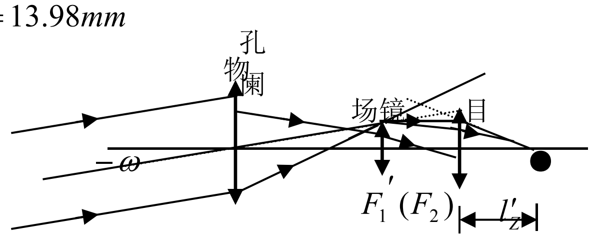
7、一开普勒望远镜，物镜焦距 $f_0'=200mm$，目镜的焦距为 $f_e'=25mm$，物方视场角 $2\omega=8^\circ$，渐晕系数 $K=50\%$，为了使目镜通光孔径 $D=23.7mm$，在物镜后焦平面上放一场镜，试：

(1)求场镜焦距；

(2)若该场镜是平面在前的平凸薄透镜，折射率 $n=1.5$，求其球面的曲率半径。

① $h_Z=l*tg(-11)$

$=f_o'*tg4^\circ=200*tg4^\circ=13.98mm$

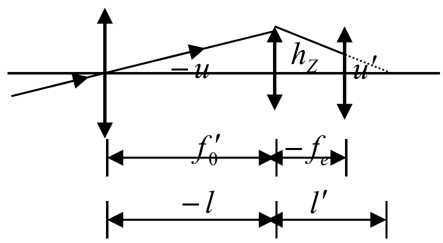


$\dfrac{l'}{h_Z}=\dfrac{l'-f_e'}{0.5*D_目}$

$l'=164.1mm$

$\dfrac{1}{l'}-\dfrac{1}{l}=\dfrac{1}{f'}$

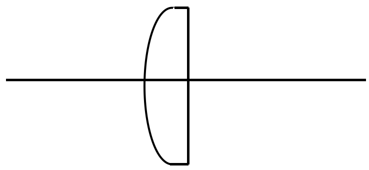
$\dfrac{1}{f_场'}=\dfrac{1}{164.1}+\dfrac{1}{200}$



$\therefore f_场'=9.14mm$

② $\varphi=\varphi_1+\varphi_2=\dfrac{1}{90.14}=0.011$

$r_1=\infty \quad \varphi_1=0$



$$\varphi_2 = 0.011$$

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n'-n}{r}$$ 其中 $l = \infty$ $l' = 90.14$

$n = 1.5$ $n' = 1$

代入求得：

$$\frac{1}{90.14} - \frac{1.5}{\infty} = \frac{1-1.5}{r}$$

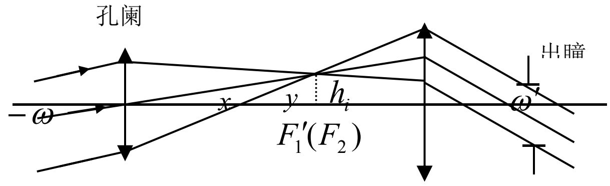
14、开普勒望远镜的筒长 255㎜，$\Gamma = -8^X$，$2\omega = 6^\circ$，$D' = 5mm$，无渐晕，

（1）求物镜和目镜的焦距；

（2）目镜的通光孔径和出瞳距；

（3）在物镜焦面处放一场镜，其焦距为 $f' = 75mm$，求新的出瞳距和目镜的通光孔径；

（4）目镜的视度调节在±$4D$（屈光度），求目镜的移动量。



① $\begin{cases} \Gamma = -\dfrac{f'_{物}}{f'_{目}} = -8 \\ f'_{物} + f'_{目} = 225 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} f'_{物} = 200mm \\ f'_{目} = 25mm \end{cases}$

② $D_{物} = \Gamma D' = 8 \times 5 = 40mm$ $D_{目} = 2 \times (225 tg\omega + \dfrac{D'}{2}) = 28.6mm$

$$h_i = f'_{物} * tg\omega = 200 \times tg3^\circ = 10.48mm$$

由三角形相似得：$\begin{cases} \dfrac{20}{x} = \dfrac{h_i}{y} \\ x + y = 200 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 131.23mm \\ y = 68.77mm \end{cases}$

有大三角形相似得：

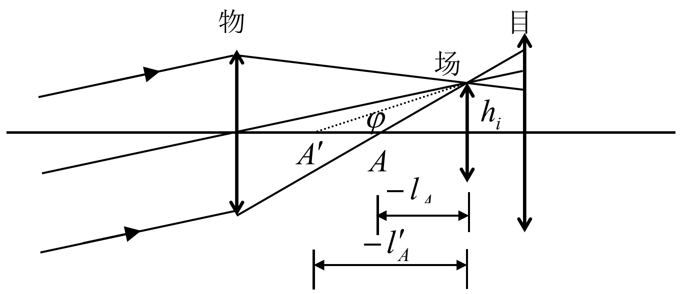
$$\frac{20}{x} = \frac{\frac{D_{目}}{2}}{y + f'_{目}} \qquad \frac{20}{131.23} = \frac{\frac{D_{目}}{2}}{68.77 + 25}$$

$$D_{目} = 28.58mm$$

$P = -225$ $f'_{目} = 25mm$

$$\frac{1}{P'} - \frac{1}{P} = \frac{1}{f'_{目}} \qquad P' = 28.125mm$$

③



$$l_A=-y=-68.77$$

$$\frac{1}{l'_A}-\frac{1}{l_A}=\frac{1}{f'_{场}}$$

$$\frac{1}{l'_A}+\frac{1}{68.77}=\frac{1}{75}$$

$$\therefore l'_A=-827.889mm$$

$$tg\varphi=\frac{h_i}{l'_A}=\frac{10.48}{827.889}=0.0126587$$

$$D_{目}=2\times(-l'_A+f'_{目})\ tg\varphi=2\times(827.889+25)\times0.0126587=21.59mm$$

物镜经场镜成像 $\frac{1}{l'_1}+\frac{1}{200}=\frac{1}{75}$ $\quad l'_1=120mm$

经目镜成像 $l_2=54.145-25=95mm$

$$\frac{1}{l'_Z}-\frac{1}{95}=\frac{1}{25} \qquad P'=l'_2=19.79mm$$

④ $x=\pm\frac{4f'_e}{1000}=\pm\frac{4\times25}{1000}=\pm2.5mm$

第十二章

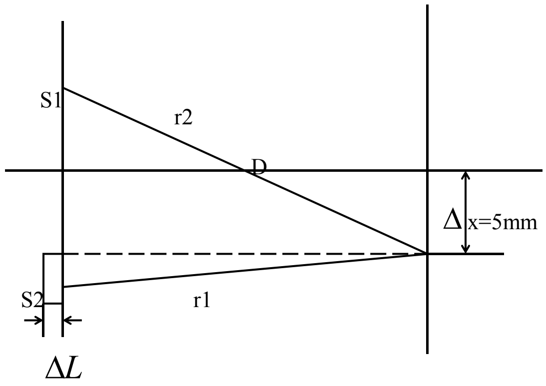
4、双缝间距为 1 mm，离观察屏 1 m，用钠灯做光源，它发出两种波长的单色光 λ_1=589.0nm 和 λ_2=589.6nm，问两种单色光的第 10 级这条纹之间的间距是多少？

解：由杨氏双缝干涉公式，亮条纹时：$\alpha=\frac{m\lambda D}{d}$ （m=0, ±1, ±2 •••）

m=10 时， $x_1=\frac{10\times589\times10^{-6}\times1000}{1}=5.89nm$， $x_2=\frac{10\times589.6\times10^{-6}\times1000}{1}=5.896nm$

$$\Delta x=x_2-x_1=6\mu m$$

5、在杨氏实验中，两小孔距离为 1mm，观察屏离小孔的距离为 50cm，当用一片折射率 1.58 的透明薄片帖住其中一个小孔时发现屏上的条纹系统移动了 0.5cm，试决定试件厚度。



$$n\cdot\Delta l+r_1=r_2$$

$$r_1^2=D^2+\left(\frac{d}{2}-\Delta x\right)^2$$

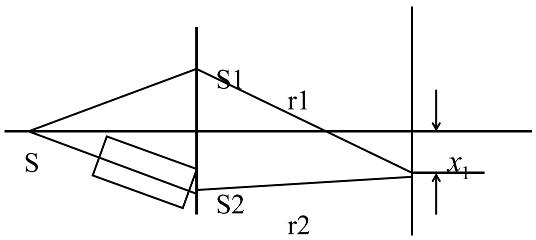
$$r_2^2=D^2+\left(\frac{d}{2}+\Delta x\right)^2$$

$$(r_2-r_1)(r_2+r_1)=$$

$$\left(\frac{d}{2}+\Delta x\right)^2-\left(\frac{d}{2}-\Delta x\right)^2=d\cdot 2\Delta x$$

$$\therefore r_2-r_1=\frac{2\Delta x\cdot d}{r_1+r_2}\approx\frac{1\times 5}{500}=10^{-2}mm\ ,\ (1.58-1)\Delta l=10^{-2}mm\ \therefore\Delta l=1.724\times 10^{-2}mm$$

6、一个长 30mm 的充以空气的气室置于杨氏装置中的一个小孔前，在观察屏上观察到稳定的干涉条纹系。继后抽去气室中的空气，注入某种气体，发现条纹系移动了 2 5 个条纹，已知照明光波波长 λ=656.28nm，空气折射率为 $n_0=1.000276$。试求注入气室内气体的折射率。



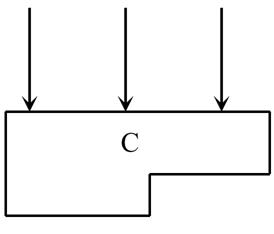
$$\Delta l(n-n_0)=25\lambda$$

$$n-n_0=\frac{25\times 656.28\times 10^{-6}}{30}$$

$$n=1.000276+0.0005469$$

$$=1.0008229$$

7、垂直入射的平面波通过折射率为 n 的玻璃板，透射光经透镜会聚到焦点上。玻璃板的厚度沿着 C 点且垂直于图面的直线发生光波波长量级的突变 d，问 d 为多少时焦点光强是玻璃板无突变时光强的一半。



解：将通过玻璃板左右两部分的光强设为 I_0，当没有突变 d 时，

$$\Delta=0,I(p)=I_0+I_0+2\sqrt{I_0\cdot I_0}\cdot\cos k\Delta=4I_0$$

当有突变 d 时 $\Delta'=(n-1)d$

$$I'(p)=I_0+I_0+2\sqrt{I_0 I_0}\cos k\Delta'=2I_0+2I_0\cos k\Delta'$$

$$\because I'(p)=\frac{1}{2}I(p)\therefore\cos k\Delta'=0$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}(n-1)d=m\pi+\frac{\pi}{2},(m=0,\pm 1,\pm 2\cdots)$$

$$d=\frac{\lambda}{n-1}\left(\frac{m}{2}+\frac{1}{4}\right)=\frac{\lambda}{2(n-1)}\left(m+\frac{1}{2}\right)$$

9、若光波的波长为λ，波长宽度为$\Delta\lambda$，相应的频率和频率宽度记为γ和$\Delta\gamma$，证明：$\left|\frac{\Delta\nu}{\nu}\right|=\left|\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right|$，

对于λ＝632.8nm 氦氖激光，波长宽度$\Delta\lambda=2\times10^{-8}nm$，求频率宽度和相干长度。 解：

$$\because \lambda = CT = C/D, \Delta\lambda = C\left(-\frac{\Delta\gamma}{\gamma^2}\right) = -\frac{C}{\gamma}\left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma}\right)$$

$$\therefore \left|\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right| = \left|\frac{\Delta\gamma}{\gamma}\right|$$

当λ＝632.8nm 时

$$\gamma = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^8\times10^9}{632.8} = 4.74\times10^{14}Hz$$

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \therefore \Delta\gamma = 4.74\times10^{14}\times\frac{2\times10^{-8}}{632.8} = 1.5\times10^4 Hz$$

相干长度 $$\Delta_{\max} \approx \frac{\lambda^2}{\lambda} = \frac{(632.8)^2}{2\times10^{-8}} = 20.02(km)$$

11、在等倾干涉实验中，若照明光波的波长$\lambda=600nm$，平板的厚度 h=2mm，折射率 n=1.5，其下表面涂高折射率介质（n>1.5），问（1）在反射光方向观察到的贺条纹中心是暗还是亮？（2）由中心向外计算，第 10 个亮纹的半径是多少？（观察望远镜物镜的焦距为 20cm）

（3）第 10 个亮环处的条纹间距是多少？

解：（1）因为平板下表面有高折射率膜，所以$\Delta = 2nh\cdot\cos\vartheta_2$

$$当\cos\vartheta_2 = 1时，中心\Delta＝2\times1.5\times2＝6mm$$

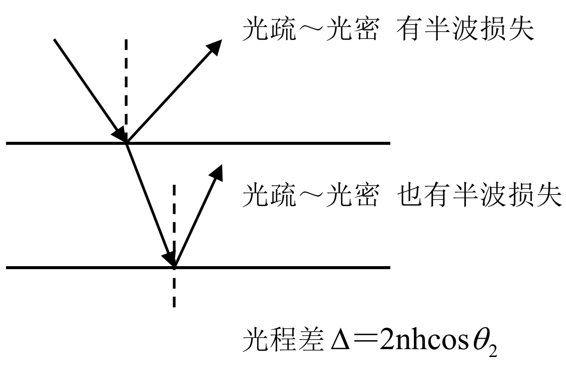
$$m_0 = \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{6mm}{600nm} = \frac{6\times10^{-6}}{600}＝1\times10^4 \therefore 应为亮条纹，级次为10^4$$

$$⑵\ \theta_{1N} \approx \frac{1}{n'}\sqrt{\frac{n\lambda}{h}}\sqrt{N-1+q} = \sqrt{\frac{1.5\times600}{2\times10^6}}\sqrt{q+1}＝0.067(rad) = 3.843^o$$

$$R_N = 20\times0.067 = 13.4（mm)$$

$$(3)\because \Delta\theta_1＝\frac{n\lambda}{2n'^2\theta_1 h} = \frac{1.5\times600}{2\times0.067\times2\times10^6} = 0.00336(rad) \qquad \Delta R_{10}＝0.67(mm)$$

注意点：（1）平板的下表面镀高折射率介质



⑵ $0 < q \le 1$

当中心是亮纹时 q=1

当中心是暗纹时 q=0.5

其它情况时为一个分数

13、在等倾干涉实验中，若平板的厚度和折射率分别是 h=3mm 和 n=1.5，望远镜的视场角为 6°，光波长 λ=450nm，问通过望远镜能看到几个亮纹？

解：设有 N 个亮纹，中心级次

$$m_0=\frac{2nh+\frac{\lambda}{2}}{\lambda}=\frac{2\times1.5\times3\times10^{-3}+\frac{\lambda}{2}}{\lambda}=2\times10^{4}-\frac{1}{2}$$

$$\therefore q=\frac{1}{2}$$

最大角半径 $\theta=\sqrt{\frac{n\lambda}{h}}\cdot\sqrt{N-1+\frac{1}{2}}\le 0.0524$

$N\le 12.68$

∴可看到 12 条亮纹

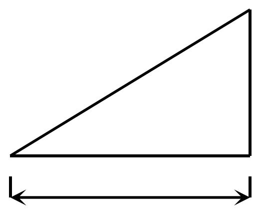
14、用等厚条纹测量玻璃楔板的楔角时，在长达 5cm 的范围内共有 15 个亮纹，玻璃楔板的折射率 n=1.52，所用光波波长为 600nm，求楔角.

解：$e=\frac{l}{N}=\frac{50}{14}\ (mm)$

$$\alpha=\frac{\lambda/2n}{e}=\frac{600\times14}{2\times1.52\times50}=5.6\times10^{-5}(rad)$$

注意：5cm 范围内有 15 个条纹

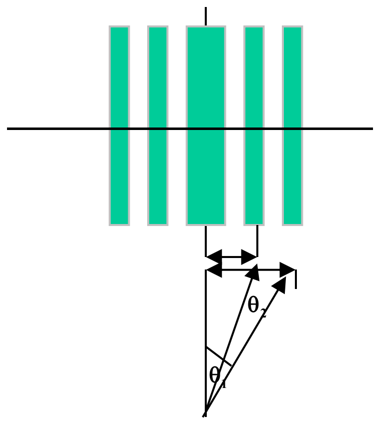
$e=\frac{5}{14}$　　15 个亮条纹相当于 14 个 e



$$\Delta h=\frac{\lambda}{2n}$$

第十三章

9、波长为 500nm 的平行光垂直照射在宽度为 0.025mm 的单逢上，以焦距为 50cm 的会聚透镜将衍射光聚焦于焦面上进行观察，求（1）衍射图样中央亮纹的半宽度；（2）第一亮纹和第二亮纹到中央亮纹的距离；（3）第一亮纹和第二亮纹相对于中央亮纹的强度。



解：　$I=I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$　　$\alpha=\frac{kal}{2}=\frac{ka\cdot y}{2f}=\frac{\pi}{\lambda}\cdot a\sin\theta$

（1）$\Delta\theta=\frac{\lambda}{a}=\frac{500}{0.025\times10^6}=0.02(rad)$　　$d=10(rad)$

（2）亮纹方程为 $tg\alpha=\alpha$。 满足此方程的第一次极大 $\alpha_1=1.43\pi$

第二次极大 $\alpha_2=2.459\pi$

$$\alpha=\frac{kla}{2}=\frac{\pi}{\lambda}\cdot a\cdot\sin\theta_x\qquad \sin\theta_x=\frac{\lambda\alpha}{\pi a}$$

一级次极大 $\theta_x\approx\sin\theta_x=\frac{500\times1.43\pi}{\pi\times0.025\times10^6}=0.0286(rad)$　　$x_1=14.3(mm)$

二级次极大 $\theta_x\approx\sin\theta_x=\frac{500\times2.459\pi}{\pi\times0.025\times10^6}=0.04918(rad)$　$x_1=24.59(mm)$

（3）$\frac{I_1}{I_0}=\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2=\left(\frac{\sin1.43\pi}{1.43\pi}\right)^2=0.0472$

$$\frac{I_2}{I_0}=\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2=\left(\frac{\sin 2.459\pi}{2.459\pi}\right)^2=0.01648$$

18、 一台显微镜的数值孔径为0。85，问（1）它用于波长$\lambda=400nm$时的最小分辨距离是多少？（2）若利用油浸物镜使数值孔径增大到1.45,分辨率提高了多少倍？(3)显微镜的放大率应该设计成多大？(设人眼的最小分辨率是$1'$）

解：（1）$\varepsilon=\dfrac{0.61\lambda}{NA}=\dfrac{0.61\times400}{0.85}=0.287(\mu m)$

（2）$\varepsilon'=\dfrac{0.61\lambda}{NA}=\dfrac{0.61\times400}{1.45}=0.168(\mu m)$

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}=\frac{1.45}{0.85}=1.706$$

（3）设人眼在250mm明视距离初观察

$$y'=250\times{}^{1}\!/_{60}\times{}^{\pi}\!/_{180}=72.72(\mu m)$$

$$\beta=\frac{y'}{y}=\frac{72.72}{0.168}\approx430$$

$$\Gamma=\beta=430$$

19、 在双逢夫琅和费实验中，所用的光波波长$\lambda=632.8nm$，透镜焦距$f=50cm$，观察到两相临亮条纹间的距离$e=1.5mm$，并且第4级亮纹缺级。试求：（1）双逢的逢距和逢宽；（2）第1，2，3级亮纹的相对强度。

解：(1) $\because d\cdot\sin\theta=m\lambda\quad(m=0,\pm1,\pm2\cdots)$

又$\because\sin\theta=\dfrac{x}{f}\quad\therefore x=\dfrac{m\lambda}{d}f\quad e=\dfrac{\lambda}{d}f$

$$\therefore d=\frac{\lambda f}{e}=\frac{632.8\times10^{-6}}{1.5}\times500=0.21(mm)$$

$\because \mu_1=n\cdot(\frac{d}{a})$ 将$\begin{cases}\mu_1=4\\ n=1\end{cases}$代入得

$$a=\frac{d}{4}=0.053(mm)\Rightarrow\frac{a}{d}=\frac{1}{4}$$

（2）当m=1时 $\sin\theta_1=\dfrac{\lambda}{d}$

当m=2时 $\sin\theta_2=\dfrac{2\lambda}{d}$

当m=3时 $\sin\theta_3=\dfrac{3\lambda}{d}$

代入单缝衍射公式 $I = N^2 I_0 (\frac{\sin\beta}{\beta})^2 \quad \beta = \frac{\pi}{\lambda} \cdot a\sin\theta$

∴ 当 m=1 时 $\frac{I_1}{I_0} = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} a \cdot \frac{\lambda}{d}\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} a \cdot \frac{\lambda}{d}\right)^2} = \frac{\sin^2(\frac{\pi a}{d})}{(\frac{\pi a}{d})^2} = \frac{\frac{1}{2}}{(\frac{\pi}{4})^2} = 0.81$

当 m=2 时 $\frac{I_2}{I_0} = \frac{\sin^2\left(\frac{2\pi a}{d}\right)}{\left(\frac{2\pi a}{d}\right)^2} = \frac{1}{(\frac{2\pi}{4})^2} = 0.405$

当 m=3 时 $\frac{I_3}{I_0} = \frac{\sin^2\left(\frac{3\pi}{4}\right)}{\left(\frac{3\pi}{4}\right)^2} = 0.09$

22、 设计一块光栅，要求：（1）使波长 $\lambda = 600nm$ 的第二级谱线的衍射角 $\theta \le 30^\circ$，（2）色散尽可能大，（3）第三级谱线缺级，（4）在波长 $\lambda = 600nm$ 的第二级谱线处能分辨 0.02nm 的波长差。在选定光栅的参数后，问在透镜的焦面上只可能看到波长 600nm 的几条谱线？

解：设光栅参数 逢宽 a ，间隔为 d

由光栅方程 $d\sin\theta = m\lambda$

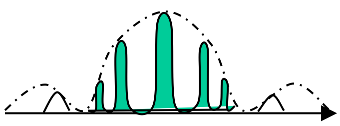
$$d = \frac{m\lambda}{\sin\theta} \ge \frac{2\times 600nm}{1/2} = 2400nm$$

由于 $\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{d\cos\theta}$ 若使 $\frac{d\theta}{d\lambda}$ 尽可能大，则 d 应该尽可能小

$\therefore d = 2400nm$

$\because d = a\left(\frac{m}{n}\right) \quad \therefore a = \frac{1}{3}d = 800nm$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{mN} \Rightarrow N = \frac{\lambda}{m\cdot\Delta\lambda} = \frac{600}{2\times 0.02} = 15000$$



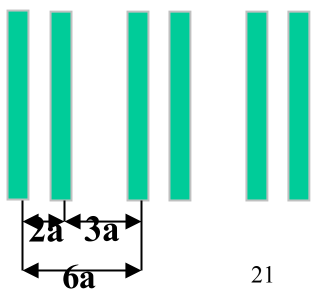
$$m = \frac{d\sin\theta}{\lambda} = \frac{2400}{600} = 4$$

∴ 能看到 5 条谱线

25、有一多逢衍射屏如图所示，逢数为 2N，逢宽为 a，逢间不透明部分的宽度依次为 a 和 3a。试求正入射情况下，这一衍射的夫琅和费衍射强度分布公式。

解：将多逢图案看成两组各为 N 条，相距 d=6a

$\Delta = d\cdot\sin\theta = m\lambda$



$$I(p)=I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\left[\frac{\sin\frac{N}{2}\cdot\delta}{\sin\frac{\delta}{2}}\right]^2 \quad \alpha=\frac{\pi}{\lambda}a\sin\theta$$

其中$\delta=\dfrac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta=\dfrac{2\pi}{\lambda}\times 6a\cdot\sin\theta=\dfrac{12\pi}{\lambda}a\cdot\sin\theta=12\alpha$

代入得$I(p)=I_0\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\left(\dfrac{\sin 6N\alpha}{\sin 6\alpha}\right)^2$

两组光强分布相差的光程差$\Delta'=2a\sin\theta \quad \delta'=\dfrac{4\pi}{\lambda}a\sin\theta$

$$I=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cdot\cos k\Delta'$$

$$=2I(p)(1+\cos k\Delta')=4I(p)\cdot\cos^2\tfrac{\delta'}{2}$$

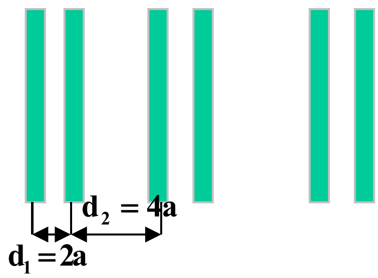
$$=4I(p)\cdot\cos^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}a\sin\theta\right)$$

将$\alpha=\dfrac{ka\sin\theta}{2}=\dfrac{\pi}{\lambda}\cdot a\sin\theta$ 及 $I(p)=I_0\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\left(\dfrac{\sin 6N\alpha}{\sin 6\alpha}\right)^2$

代入上式

$$I=4I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\left\{\frac{\sin 6N\alpha}{\sin 6\alpha}\right\}^2\cos^2 2\alpha$$

［解法 I］按照最初的多逢衍射关系推导



设最边上一个单逢的夫琅和费衍射图样是：$\widetilde{E}(p)=A\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)$

其中$\alpha=\dfrac{kma}{2}=\dfrac{\pi}{\lambda}a\cdot\sin\theta$

d_1对应的光程差为： $\Delta_1=d_1\sin\theta \quad \delta_1=2a\cdot\sin\theta\times\dfrac{2\pi}{\lambda}=4\alpha$

d_2对应的光程差为： $\Delta_2=d_2\sin\theta \quad \delta_2=4a\cdot\sin\theta\times\dfrac{2\pi}{\lambda}=8\alpha$

$$\sum\widetilde{E}(p)=A\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)[1+\exp i(12\alpha)+\exp i(24\alpha)+\cdots\exp i(N-1)12\alpha+$$

$$\exp i(4\alpha)(1+\exp i(12\alpha)+\exp i(24\alpha)+\cdots+\exp i(N-1)12\alpha)]$$

$$=A\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)[1+\exp i(4\alpha)]\cdot\frac{1-\exp[iN(12\alpha)]}{1-\exp i(12\alpha)}$$

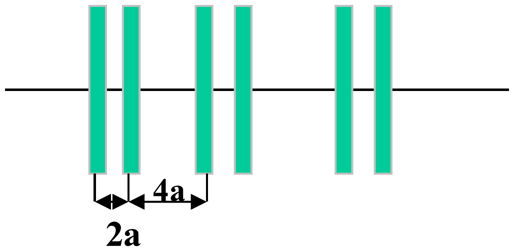
$$= A\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)[1+\exp i(4\alpha)]\cdot\frac{\exp\frac{iN(12\alpha)}{2}\left(\exp\frac{-iN(12\alpha)}{2}-\exp\frac{iN(12\alpha)}{2}\right)}{\exp i6\alpha\left(\exp\frac{-i(12\alpha)}{2}-\exp\frac{i(12\alpha)}{2}\right)}$$

$$= A\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)\exp i(2\alpha)[\exp - i(2\alpha)-\exp i(2\alpha)]\cdot\frac{\exp i(6N\alpha)}{\exp i(6\alpha)}\frac{\sin 6N\alpha}{\sin 6\alpha}$$

$$= 2A\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)\cos 2\alpha\frac{\sin 6N\alpha}{\sin 6\alpha}\exp i(6N-4)\alpha$$

$$I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cdot\cos 2\alpha\right)^2\left(\frac{\sin 6N\alpha}{\alpha}\right)^2$$

［解法 II］ N 组双逢衍射光强的叠加



设 $\alpha = \frac{\pi}{\lambda}a\cdot\sin\theta \quad d = 2a \quad \Delta = d\cdot\sin\theta = 2a\cdot\sin\theta$

$$\delta = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}2a\cdot\sin\theta = 4\alpha$$

$$\widetilde{E}(p) = A\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)(1+\exp i\delta)$$

$$= A\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)\exp\frac{i\delta}{2}\left(\exp-\frac{i\delta}{2}+\exp\frac{i\delta}{2}\right)$$

$$= 2A\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)\cos\frac{\delta}{2}\exp\frac{i\delta}{2}$$

$$= 2A\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)\cos 2\alpha\exp i2\alpha$$

N 组 $\widetilde{E}(p)$ 相叠加 d=6a $\quad \Delta_2 = 6a\sin\theta \quad \delta_2 = 12\alpha$

$$\sum\widetilde{E}(p) = \widetilde{E}(p)[1+\exp i(12\alpha)+\exp i(24\alpha)+\cdots\exp i(N-1)12\alpha]$$

$$= \widetilde{E}(p)\frac{1-\exp iN(12\alpha)}{1-\exp i(12\alpha)} = \widetilde{E}(p)\frac{\exp\frac{iN(12\alpha)}{2}}{\exp\frac{i(12\alpha)}{2}}\cdot\frac{\sin 6N\alpha}{\sin 6\alpha}$$

$$= 2A\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)\cos 2\alpha\frac{\sin 6N\alpha}{\sin 6\alpha}\exp i(6N-4)\alpha$$

$$I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cdot\cos 2\alpha\right)^2\left(\frac{\sin 6N\alpha}{\alpha}\right)^2$$