1.两个体积功率密度相同的超热堆（$\varphi_{超热}=10^{19}$中子/米^{2}秒；$\sigma_{Xe}^{超}=10$靶恩）和热中子反应堆（ $\varphi=5\times10^{17}$中子/米^{2}秒， $\sigma_{Xe}^{热}=3\times10^{5}$靶恩）中氙平衡浓度之比值？

解： 平衡氙浓度：

$$N_{Xe(\infty)}=\frac{\boxed{\gamma}\boxed{\sum_f \Phi}}{\lambda_{Xe}+\sigma_a^{Xe}\Phi}$$

两个堆的裂变反应率相等

假设对于超热对和热堆若单次裂变平均能量相等

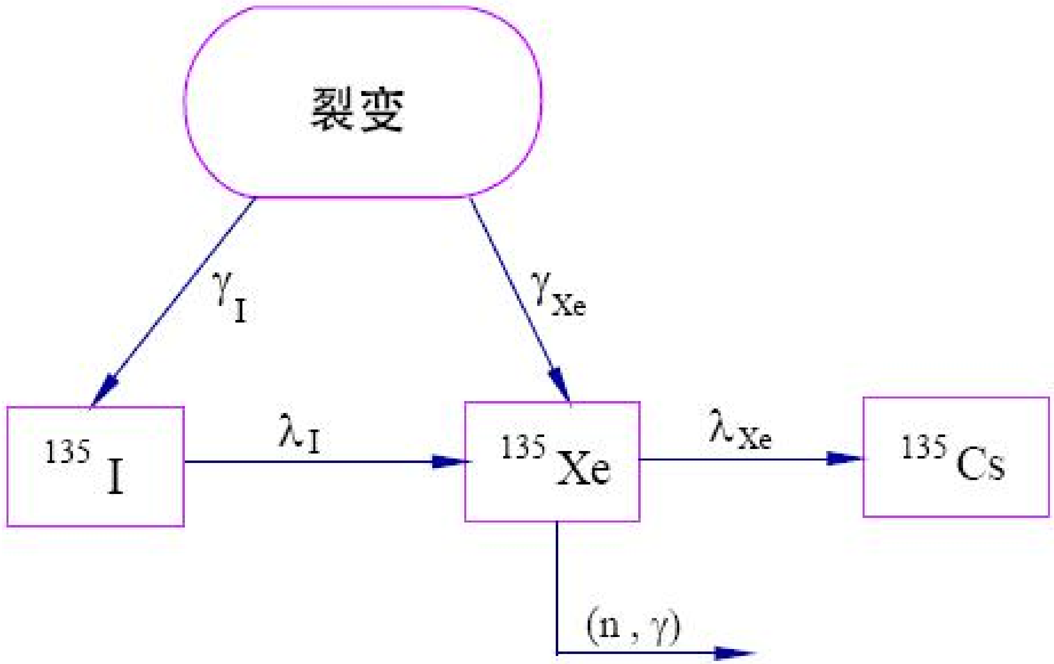
若假设裂变产额与中子能量无关

两个堆γ相等

$$\boxed{\frac{N_{Xe(\infty)}^{超热}}{N_{Xe(\infty)}^{热}}=\frac{\lambda_{Xe}+\sigma_{Xe}^{热}\phi_{热}}{\lambda_{Xe}+\sigma_{Xe}^{超热}\phi_{超热}}}$$

2.试求：当反应堆的功率增加时，碘和氙的平衡浓度之间的关系如何变化？

解：　I-135和Xe-135的产生和消失



定性分析：

由图可知，在碘达到平衡时，有：

$$\gamma_I \Sigma_f \phi = \lambda_I N_I(\infty) \qquad (1)$$

瞬间增大φ，令φ’= φ+△ φ

增大通量密度瞬间碘的产生率：

$$\gamma_I \Sigma_f (\phi + \Delta\phi) = \gamma_I \Sigma_f \phi + \gamma_I \Sigma_f \Delta\phi \qquad (2)$$

增大通量密度瞬间碘的消失率：

$$\lambda_I [N_I(\infty) + \gamma_I \Sigma_f \Delta\phi] = \lambda_I N_I(\infty) + \lambda_I \gamma_I \Sigma_f \Delta\phi \qquad (3)$$

利用（1）的等式关系，并比较（2）、（3）两式

（2）、（3）两式的差异在于：

由△ φ引致的产生率： $\gamma_I \Sigma_f \Delta\phi$ （4）

由△ φ引致的消失率率： $\lambda_I \gamma_I \Sigma_f \Delta\phi$ （5）

λ_I是碘的衰变常量，表示衰变概率，恒小于1

$$\gamma_I \Sigma_f \Delta\phi > \lambda_I \gamma_I \Sigma_f \Delta\phi \quad （6）$$

在开始阶段I-135的浓度是净增长的！

增大通量密度瞬间碘的消失率：

$$\lambda_I[N_I(\infty)+\gamma_I\Sigma_f\Delta\phi]$$

$$=\lambda_I N_I(\infty)+\lambda_I\gamma_I\Sigma_f\Delta\phi$$

在经历时间t后，消失率为：

$$\boxed{\lambda_I N_I(\infty)}+\lambda_I\boxed{\sum_{i=0}^{n}\gamma_I\Sigma_f\Delta\phi\frac{t}{n}e^{-\lambda_I\frac{n-i}{n}t}} \quad (7)$$

平衡碘消失项

由中子通量密度增大，导致的I-135增量对于t时刻碘衰变的率的贡献

在经历时间t后，消失率为：

$$\lambda_I N_I(\infty)+\lambda_I\sum_{i=0}^{n}\gamma_I\Sigma_f\Delta\phi\frac{t}{n}e^{-\lambda_I\frac{n-i}{n}t}$$

再次与（2）式进行比较

经历时间t后，如果：

（2）式=（7）式

经历时间t后，再次达到I-135平衡

对于**Xe-135**的定性分析，是可以采用与**I-135**同样的方法的，分别从产生和消失的角度，关键是找到引发打破平衡的因素。不再赘述。

定量分析：

I-135浓度随时间变化：

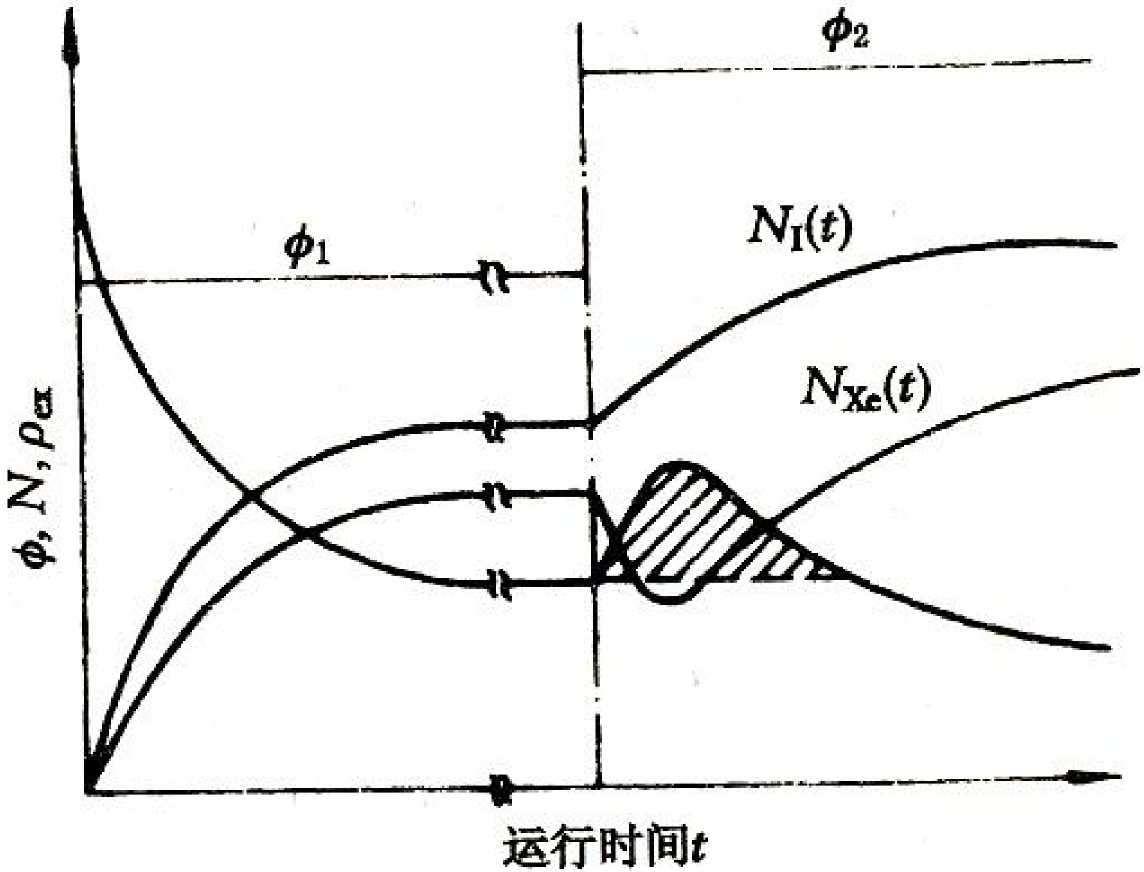
$$\frac{dN_I(t)}{dt} = \gamma_I \sum_f \phi - \lambda_I N_I(t) \qquad (9)$$

Xe-135浓度随时间变化：

$$\frac{dN_{Xe}(t)}{dt} = \gamma_{Xe} \sum_f \phi + \lambda_I N_I(t) - (\lambda_{Xe} + \sigma_a^{Xe}\phi) N_{Xe}(t) \qquad (10)$$

先解出方程（9），代入（10），求解

***注意初始条件：$N_I(0)=N_I(\infty)$;$N_{Xe}(0)=N_{Xe}(\infty)$**



(b)

突然提升功率时I-135和Xe-135的浓度变化曲线

12.试证明在恒定中子通量密度φ_0下运行的反应堆，停堆以后出现最大氙-135值的时间为t_{max}为

$$t_{\max} \approx \frac{1}{\lambda_I - \lambda_{Xe}} \ln\left[\frac{1+\phi_0\sigma_a^{Xe}/\lambda_{Xe}}{1+\phi_0\sigma_a^{Xe}/\lambda_I}\right]$$

解： 停堆后氙平衡被打破，氙浓度变化为：

$$N_{Xe}(t) = \frac{(\gamma_I + \gamma_{Xe})\Sigma_f \phi_0}{\sigma_a^{Xe}\phi_0 + \lambda_{Xe}} \exp(-\lambda_{Xe} t)$$

$$+ \frac{\gamma_I \Sigma_f \phi_0}{\lambda_I - \lambda_{Xe}} \left[\exp(-\lambda_{Xe} t) - \exp(-\lambda_I t)\right]$$

对上式求导，令t=0，可以求出停堆瞬间氙的变化率。结论是：当Φ_0>2.76×10^{15}中子/米^{2}秒时会出现停堆瞬间氙浓度增加，对于大型核动力反应堆通常在功率工况下Φ_0>>2.76×10^{15}中子/米^{2}秒.

对上式求导，令导函数为零,求最大氙浓度时间

经整理，得：

$$\exp[(\lambda_I-\lambda_{Xe})t]=\frac{\lambda_I\gamma_I\lambda_{Xe}+\lambda_I\gamma_I\sigma_a^{Xe}\phi_0}{\lambda_{Xe}(\lambda_I^2-\lambda_{Xe}^2)+\lambda_{Xe}\gamma_I(\lambda_{Xe}+\sigma_a^{Xe}\phi_0)}$$

右边分式上下同除以 $\lambda_I\gamma_I\lambda_{Xe}$

$$\exp[(\lambda_I-\lambda_{Xe})t]=\frac{1+\sigma_a^{Xe}\phi_0/\lambda_{Xe}}{\boxed{\left(\lambda_I^2-\lambda_{Xe}^2\right)/\lambda_I\gamma_I+\lambda_{Xe}/\lambda_I}+\sigma_a^{Xe}\phi_0/\lambda_I}$$

$\lambda_I=2.87\times10^{-5}$；$\lambda_{Xe}=2.09\times10^{-5}$

≈1

$$\exp[(\lambda_I - \lambda_{Xe})t] = \frac{1 + \sigma_a^{Xe}\phi_0 / \lambda_{Xe}}{1 + \sigma_a^{Xe}\phi_0 / \lambda_I}$$

$$t = \frac{1}{\lambda_I - \lambda_{Xe}} \ln\left[\frac{1 + \sigma_a^{Xe}\phi_0 / \lambda_{Xe}}{1 + \sigma_a^{Xe}\phi_0 / \lambda_I}\right]$$

15.一座反应堆在10^{18}中子/米^{2}秒热中子通量密度下运行了很长时间，然后完全停堆。试问氙浓度升到最大值将需要多长时间？此时氙中毒的数值为多少？（设Σf/Σa=0.6）

解：　　利用上一题的结论，最大氙浓度时间为：

$$\boxed{t_{\max} \approx \frac{1}{\lambda_I - \lambda_{Xe}} \ln\left[\frac{1+\phi_0\sigma_a^{Xe}/\lambda_{Xe}}{1+\phi_0\sigma_a^{Xe}/\lambda_I}\right]}$$

代入：

$\lambda_I=2.87\times10^{-5}$；$\lambda_{Xe}=2.09\times10^{-5}$

$\varphi_0=10^{18}$；$\sigma_a^{Xe}=35\times10^{-28}$

得：

t_{max}=4.066×10⁴s

≈11.3h

将解得的t代入方程：

$$N_{Xe}(t)=\frac{(\gamma_I+\gamma_{Xe})\Sigma_f\phi_0}{\sigma_a^{Xe}\phi_0+\lambda_{Xe}}\exp(-\lambda_{Xe}t)$$

$$+\frac{\gamma_I\Sigma_f\phi_0}{\lambda_I-\lambda_{Xe}}\left[\exp(-\lambda_{Xe}t)-\exp(-\lambda_I t)\right]$$

可求得最大氙浓度N_{Xe}^{max}

最大氙毒性：

$$\Delta\rho_{\max} \approx \frac{-\Sigma_{a\max}^{p}}{\Sigma_a}$$

$$\boxed{= -\frac{\sigma_a^{Xe} N_{\max}^{Xe}}{\Sigma_a}}$$

由：

$$N_{Xe}(t) = \frac{(\gamma_I + \gamma_{Xe})\Sigma_f \phi_0}{\sigma_a^{Xe}\phi_0 + \lambda_{Xe}} \exp(-\lambda_{Xe} t)$$

$$+ \frac{\gamma_I \Sigma_f \phi_0}{\lambda_I - \lambda_{Xe}} \left[\exp(-\lambda_{Xe} t) - \exp(-\lambda_I t)\right]$$

代入 t_{max}

得：

$$\boxed{N_{\max}^{Xe}}$$

$$\Delta\rho_{\max} = -\frac{\sigma_a^{Xe} N_{\max}^{Xe}}{\Sigma_a}$$

$\triangle\rho_{max}$=？