前　言

信号与系统是电子、通信类专业的一门重要的基础课程，主要研究确定性信号与线性时不变系统分析的基础理论、基本概念和基本分析方法。

信号与系统是一门理论性和系统性很强的课程，它的内容涉及数学知识较多，并有广泛的实际工程应用背景。学习这门课程应注重数学和物理概念的结合，注重学和练相结合，从而掌握该门课程的分析方法。本书正是为了帮助大学本科生学习信号与系统和准备参加硕士研究生入学考试的考生而编写的。

本书是信号与系统课程的辅导教材，分为上、下两册，共 12 章，主要包括了以下四个方面内容的例题分析与习题详细解答：

(1) 信号与系统的时间域表示及分析方法。包括连续和离散信号与系统的表示、分析、求解方法。主要包括第 1、2、7 章内容。

(2) 信号与系统的变换域表示与分析方法。包括傅里叶变换、拉普拉斯变换、z 变换、离散傅里叶变换以及基于这些正交变换的系统分析方法与应用。主要包括第 3、4、5、8、9 章内容。

(3) 系统状态变量分析方法。包括时间域和变换域，连续和离散系统的状态变量分析方法，主要包括第 12 章内容。

(4) 模拟与数字滤波器的设计与应用、反馈系统概念及分析以及信号矢量空间分析。主要包括第 6、10、11 章内容。

本书对 380 道习题作了详细的解答，对典型习题给出了分析思路，并补充了部分典型例题。

本书第 3、5、6、7、8、9、10 章由李玲远编写，第 1、2、4、11、12 章由陆三兰编写。同时还要感谢华中师范大学物理科学与技术学院陈慧参与了部分习题的解答。

在本书的编写过程中，我们参阅了一些国内外著作，均列于本书参考文献中，在此谨向相关作者表示深切谢意。由于作者水平所限，书中难免有不妥和错误之处，恳请读者批评指正。

编　者

2004 年 7 月于武昌

内容提要

本书是高等学校电子、通信类专业信号与系统课程的辅导教材，是由郑君里等编著的、由高等教育出版社出版的《信号与系统》（第二版）一书的参考题解答。本书分上、下两册，共12章，对380道习题给出了详细的分析与解答，并给出了典型例题。

本书可供高等学校电子、通信类专业的教师和学生使用，也可作为报考电子、通信类专业硕士研究生考生的复习参考用书。

目　录

（上　册）

第1章 绪 论

1.1 学习要点

1.1.1 信号的概念

1. 定义

信号是带有信息(如语言、音乐、图像、数据等)的随时间(和空间)变化的物理量或物理现象,其图像称为信号的波形。

2. 分类

信号可从不同的角度进行分类:

(1) 按函数值的确定性可分为确定性信号和随机信号;

(2) 确定性信号按函数值的重复性可以分为周期信号和非周期信号;

(3) 确定性信号按时间是否连续分为连续时间信号和离散时间信号;

(4) 根据能量特性,信号还可分为能量信号和功率信号。

3. 基本特性

信号的基本特性是指时间特性和频率特性。

时间特性:信号随时间变化快慢的特性,体现为信号的周期 T 和信号中单个脉冲的持续时间 τ 及上升时间和下降时间的不同。

频率特性:信号的频率特性可由频谱来描述。

1.1.2 信号的运算

1. 时移

$f(t)\rightarrow f(t+t_0)$ 若 $t_0>0$ 则 $f(t)$ 的波形沿时间轴向左移动;反之,则向右移动。

2. 反褶

$f(t)\rightarrow f(-t)$ 把 $f(t)$ 的波形以 $t=0$ 为轴反褶过来。

3. 尺度变换

$f(t)\rightarrow f(at)$ (a 为正实系数)

若 $a>1$,则 $f(t)$ 的波形沿时间轴被压缩;反之,则扩展。

1.1.3 奇异信号

本身或其导数与积分有不连续点(跳变点)的信号称为奇异信号。

1. 单位斜变信号

$$f(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ t, & t\geqslant 0\end{cases}$$

2. 单位阶跃信号

$$u(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ 1, & t\geqslant 0\end{cases}$$

3. 单位冲激信号

(1) 定义 $\begin{cases}\delta(t)=\begin{cases}\infty, & t=0\\ 0, & t\neq 0\end{cases}\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1\end{cases}$

(2) 性质

抽样特性:$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)f(t)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)f(0)\mathrm{d}t=f(0)$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)f(t)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)f(t_0)\mathrm{d}t=f(t_0)$$

对称性:$\delta(t)=\delta(-t)$

$$\delta(t-t_0)=\delta[-(t-t_0)]$$

尺度变换:$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t)$

$$\delta(at-t_0)=\frac{1}{|a|}\delta\left(t-\frac{t_0}{a}\right)$$

与单位阶跃信号的关系: $\delta(t)=\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}$

$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=u(t)$$

4. 冲激偶信号

(1) 定义 $\delta'(t)=\frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t}$

(2) 性质

$\delta'(t)=-\delta'(-t)$;

$\delta'(t-t_0)=-\delta'[-(t-t_0)]$;

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)\mathrm{d}t = 0;$$

$$f(t)\delta'(t) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t);$$

$$f(t)\delta'(t-t_0) = f(t_0)\delta'(t-t_0) - f'(t_0)\delta(t-t_0);$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta^{(n)}(t)\mathrm{d}t = (-1)^n f^{(n)}(0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta^{(n)}(t-t_0)\mathrm{d}t = (-1)^n f^{(n)}(t_0)$$

1.1.4 信号的分解

1. 信号 $f(t)$ 可分解为直流分量 f_D 和交流分量 $f_A(t)$ 之和，即

$$f(t) = f_D + f_A(t)$$

2. 信号 $f(t)$ 可分解为偶分量 $f_e(t)$ 和奇分量 $f_o(t)$ 之和，即

$$f(t) = f_e(t) + f_o(t)$$

式中
$$f_e(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)]$$

$$f_o(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)]$$

3. 任意信号 $f(t)$ 可分解为在不同时刻出现的具有不同强度的无穷多个冲激函数的连续和，即

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)\delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau \approx \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(k\Delta\tau)\delta(t-k\Delta\tau)\Delta\tau$$

4. 任意信号 $f(t)$ 可分解为在不同时刻阶跃的具有不同阶跃幅度的无穷多个阶跃函数的连续和，即

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f'(\tau)u(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$\approx \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f'(k\Delta\tau)u(t-k\Delta\tau)\Delta\tau$$

1.1.5 系统的概念

1. 定义

“系统”是由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体。

2. 系统模型

所谓模型是系统物理特性的数学抽象，以数学表达式或具有理想特性的符号

组合图形来表征系统特征。

具体而言,电路、数学方程和方框图都是系统模型的表达形式。

3. 系统的分类

系统的分类错综复杂,主要考虑其数学模型的差异,可以划分为:

(1) 连续时间系统和离散时间系统;

(2) 即时系统与动态系统;

(3) 集中参数系统与分布参数系统;

(4) 线性系统与非线性系统;

(5) 时变系统与时不变系统;

(6) 可逆系统与不可逆系统;

除此之外,还可按照系统的性质划分为:

(7) 因果系统与非因果系统;

(8) 稳定系统与不稳定系统。

1.1.6 线性时不变因果系统的性质

设激励 $f(t)$、$f_1(t)$、$f_2(t)$ 产生的响应分别为 $r(t)$,$r_1(t)$,$r_2(t)$,并设 A、A_1、A_2 为任意常数,则线性时不变因果系统有如下性质:

(1) 齐次性:$Af(t) \to Ar(t)$;

(2) 叠加性:$f_1(t)+f_2(t) \to r_1(t)+r_2(t)$;

(3) 线性:$A_1f_1(t)+A_2f_2(t) \to A_1r_1(t)+A_2r_2(t)$;

(4) 时不变性:$f(t-\tau) \to r(t-\tau)$;

(5) 微分性:$\dfrac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t} \to \dfrac{\mathrm{d}r(t)}{\mathrm{d}t}$;

(6) 积分性:$\int_{-\infty}^{t} f(\tau)\mathrm{d}\tau \to \int_{-\infty}^{t} r(\tau)\mathrm{d}\tau$;

(7) 因果性:若当 $t<0$ 时激励 $f(t)=0$,则当 $t<0$ 时响应 $r(t)=0$,或者说当 $t>0$ 时作用于系统的激励 $f(t)$,在 $t<0$ 时不会在系统中产生响应。

1.1.7 系统分析方法

系统分析的中心任务是:已知激励信号和系统,求其响应。具体来说,就是要建立系统的数学模型并求其解答。

1. 建立系统模型的方法

(1) 输入—输出法:直接建立响应与激励之间的关系,适合于单输入—单输

出系统。

(2) 状态变量法：不仅给出系统的响应，还可提供系统内部各变量的情况，适合于多输入 — 多输出系统的分析。

2. 系统数学模型求解方法

(1) 时间域方法：包括经典法求解系统常系数微分方程或差分方程；求解状态变量矩阵方程；卷积积分和卷积和求解系统响应；计算机数值求解方法等。

(2) 变换域方法：利用傅里叶变换分析系统频率特性；利用拉普拉斯变换和 z 变换分析系统的零极点特性；根据卷积定理，把卷积运算变成乘法运算等。

1.2 典型例题

例 1－1 说明下列信号中哪些是周期信号，哪些是非周期信号；哪些是能量信号，哪些是功率信号，并计算它们的能量或平均功率。

(1) $f(t)=\begin{cases}5\cos(\omega\pi t), & t\geqslant 0\\ 0, & t<0\end{cases}$

(2) $f(t)=\begin{cases}8e^{-2t}, & t\geqslant 0\\ 0, & t<0\end{cases}$

(3) $f(t)=5\sin(2\pi t)+10\sin(3\pi t),\ -\infty<t<\infty$

(4) $f(t)=20e^{-10|t|}\cos(\pi t),\ -\infty<t<\infty$

(5) $f(t)=\cos(5\pi t)+2\cos(2\pi^2 t),\ -\infty<t<\infty$

【解】 (1) 非周期信号、功率信号

$$
\begin{aligned}
P&=\lim_{a\to\infty}\frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}|f(t)|^2\mathrm{d}t\\
&=\lim_{a\to\infty}\frac{1}{2a}\int_{0}^{a}25\cos^2(10\pi t)\mathrm{d}t\\
&=\lim_{a\to\infty}\frac{1}{2a}\int_{0}^{a}\frac{25}{2}[1+\cos(20\pi t)]\mathrm{d}t\\
&=\frac{25}{4}\lim_{a\to\infty}\left[1+\frac{\sin(20\pi a)}{20\pi a}\right]\\
&=6.25\ (\mathrm{W})
\end{aligned}
$$

(2) 非周期信号、能量信号

$$
\begin{aligned}
W&=\lim_{a\to\infty}\int_{-a}^{a}|f(t)|^2\mathrm{d}t=\lim_{a\to\infty}\int_{0}^{a}64e^{-8t}\mathrm{d}t=64\lim_{a\to\infty}\frac{e^{-8t}}{(-8)}\Big|_0^a\\
&=8\lim_{a\to\infty}(1-e^{-8a})=8\ (\mathrm{J})
\end{aligned}
$$

(3) 周期信号、功率信号

因为 $w_1=2\pi$, $w_2=3\pi$, $w_1:w_2=2:3$,即 $m_1=2$, $m_2=3$

所以周期 $T=m_i\frac{2\pi}{w_i}=2\times\frac{2\pi}{2\pi}=2$

总的平均功率等于各分量平均功率之和。

又 $T_1=\frac{2\pi}{w_1}=1$, $T_2=\frac{2\pi}{w_2}=\frac{2}{3}$

故 $$P=\frac{1}{T_1}\int_0^{T_1}25\sin^2(2\pi t)\mathrm{d}t+\frac{1}{T_2}\int_0^{T_2}100\sin^2(3\pi t)\mathrm{d}t$$

$$=\int_0^1(25\times\frac{1}{2})\mathrm{d}t+\frac{3}{2}\int_0^{\frac{2}{3}}(100\times\frac{1}{2})\mathrm{d}t$$

$$=12.5+50=62.5\ (\mathrm{W})$$

(4) 非周期信号、能量信号

$$W=\lim_{a\to\infty}\int_{-a}^{a}|f(t)|^2\mathrm{d}t$$

$$=\int_{-\infty}^{0}400\mathrm{e}^{20t}\cos^2(\pi t)\mathrm{d}t+\int_{-\infty}^{0}400\mathrm{e}^{-20t}\cos^2(\pi t)\mathrm{d}t$$

$$=2\int_0^{\infty}400\mathrm{e}^{-20t}\cos^2(\pi t)\mathrm{d}t$$

$$=800\int_0^{\infty}\frac{1}{2}[\mathrm{e}^{-20t}+\mathrm{e}^{-20t}\cos(2\pi t)]\mathrm{d}t$$

$$=20+400\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-20t}\cos(2\pi t)\mathrm{d}t$$

$$=20+\frac{400\times5}{100+\pi^2}\doteq38.2\ (\mathrm{J})$$

(5) 非周期信号、功率信号。该信号为周期分量信号复合而成,其分量信号的周期分别为 $T_1=\frac{2\pi}{5\pi}=\frac{2}{5}$, $T_2=\frac{2\pi}{2\pi^2}=\frac{1}{\pi}$,总的平均功率等于各分量平均功率之和,即

$$P=\frac{1}{T_1}\int_0^{T_1}\cos^2(5\pi t)\mathrm{d}t+\frac{1}{T_2}\int_0^{T_2}4\cos^2(2\pi^2 t)\mathrm{d}t$$

$$=\frac{5}{2}\int_0^{\frac{2}{5}}\frac{1}{2}\mathrm{d}t+4\pi\int_0^{\frac{1}{\pi}}\frac{1}{2}\mathrm{d}t$$

$$=\frac{5}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}+4\pi\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{\pi}=2.5\ (\mathrm{W})$$

例1—2 利用冲激函数的抽样性求下列积分值。

(1)$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-2)\sin t\mathrm{d}t$； (2)$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin 2t}{t}\delta(t)\mathrm{d}t$；

(3)$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t+3)\mathrm{e}^{-t}\mathrm{d}t$； (4)$\int_{-\infty}^{\infty}(t^3+4)\delta(1-t)\mathrm{d}t$。

【解】 (1)$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-2)\sin t\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-2)\sin 2\mathrm{d}t$

$$=\sin 2\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-2)\mathrm{d}t=\sin 2$$

(2)$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin 2t}{t}\delta(t)\mathrm{d}t=2\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin 2t}{2t}\delta(t)\mathrm{d}t=2\lim_{t\to 0}\frac{\sin 2t}{2t}=2$

(3)$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t+3)\mathrm{e}^{-t}\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t+3)\mathrm{e}^{-(-3)}\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^3\delta(t+3)\mathrm{d}(t+3)=\mathrm{e}^3$

(4)$\int_{-\infty}^{\infty}(t^3+4)\delta(1-t)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}(t^3+4)\delta(t-1)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}(1+4)\delta(t-1)\mathrm{d}t$

$$=5\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-1)\mathrm{d}(t-1)=5$$

例1—3 求下列函数的微分与积分。

(1)$f_1(t)=\delta(t)\cos t$； (2)$f_2(t)=u(t)\cos t$； (3)$f_3(t)=\mathrm{e}^{-t}\delta(t)$。

【解】 (1) $\frac{\mathrm{d}f_1(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\delta(t)\cos t]=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\delta(t)]=\delta'(t)$

$$\int_{-\infty}^{t}f_1(\tau)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{t}\mathrm{d}(\tau)\cos\tau\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=u(t)$$

(2) $\frac{\mathrm{d}f_2(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[u(t)\cos t]=\cos t\,\delta(t)-\sin t\,u(t)=\delta(t)-\sin t\,u(t)$

$$\int_{-\infty}^{t}f_2(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t}u(\tau)\cos\tau\mathrm{d}\tau=\int_{0}^{t}\cos\tau\mathrm{d}\tau=\sin t\,u(t)$$

(3) $\frac{\mathrm{d}f_3(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-t}\delta(t)]=\frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t}=\delta'(t)$

$$\int_{-\infty}^{t}f_3(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t}\mathrm{e}^{-\tau}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=u(t)$$

例1—4 求下列积分。

(1) 已知 $f(5-2t)=2\delta(t-3)$，求$\int_{0_-}^{\infty}f(t)\mathrm{d}t$；

(2) 已知 $f(t)=2\delta(t-3)$，求$\int_{0_-}^{\infty}f(5-2t)\mathrm{d}t$；

【解】 (1) 将 $f(5-2t)$ 展宽一倍，

得 $$f(5-t)=2\delta(\frac{1}{2}t-3)=2\delta\left[\frac{1}{2}(t-6)\right]=2\times2\delta(t-6)=4\delta(t-6)$$

将 $f(5-t)$ 左移 5，

得 $$f[5-(t+5)]=f(-t)=4\delta[(t+5)-6]=4\delta(t-1)$$

再将 $f(-t)$ 反褶，得 $f(t)=4\delta(-t-1)=4\delta[-(t+1)]=4\delta(t+1)$

于是 $$\int_{0_-}^{\infty}f(t)\mathrm{d}t=\int_{0_-}^{\infty}4\delta(t+1)\mathrm{d}t=0$$

(2) $f(5-2t)=f(-2t+5)=f\left[-2(t-\frac{5}{2})\right]$

因为 $f(t)=2\delta(t-3)$

所以 $$f(5-2t)=2\delta\left[-2(t-\frac{5}{2})-3\right]=2\delta(-2t+2)=2\delta[-2(t-1)]$$

$$=2\delta[2(t-1)]=2\times\frac{1}{2}\delta(t-1)=\delta(t-1)$$

于是 $$\int_{0_-}^{\infty}f(5-2t)\mathrm{d}t=\int_{0_-}^{\infty}\delta(t-1)\mathrm{d}t=1$$

例 1－5 下列各系统中，$e(k)$ 为激励，$y(k)$ 为响应。试判断激励与响应的关系是否为线性、时不变的？

(1) $y(k)=e(k)\sin(\frac{2}{5}k+\frac{\pi}{6})$； (2) $y(k)=[e(k)]^2$；

(3) $y(k)=\sum\limits_{n=-\infty}^{k}e(n)$。

【解】 (1) 当激励为 $a_1e_1(k)+a_2e_2(k)$ 时，响应为

$$[a_1e_1(k)+a_2e_2(k)]\sin(\frac{2}{5}k+\frac{\pi}{6})$$

$$=a_1e_1(k)\sin(\frac{2}{5}k+\frac{\pi}{6})+a_2e_2(k)\sin(\frac{2}{5}k+\frac{\pi}{6})$$

$$=a_1y_1(k)+a_2y_2(k)$$

当激励为 $e(k-k_0)$ 时，响应为

$$e(k-k_0)\sin(\frac{2}{5}k+\frac{\pi}{6})\neq y(k-k_0)=e(k-k_0)\sin[(\frac{2}{5}(k-k_0)+\frac{\pi}{6}]$$

故激励与响应的关系是线性的、时变的；

(2) 当激励为 $a_1e_1(k)+a_2e_2(k)$ 时，响应为

$$[a_1e_1(k)+a_2e_2(k)]^2\neq a_1y_1(k)+a_2y_2(k)=a_1[e_1(k)]^2+a_2[e_2(k)]^2$$

当激励为 $e(k-k_0)$ 时，响应为 $[e(k-k_0)]^2 = y(k-k_0)$

故激励与响应的关系是非线性的、时不变的；

(3) 当激励为 $a_1e_1(k)+a_2e_2(k)$ 时，响应为

$$\sum_{n=-\infty}^{k}[a_1e_1(n)+a_2e_2(n)] = \sum_{n=-\infty}^{k}a_1e_1(n)+\sum_{n=-\infty}^{k}a_2e_2(n) = a_1y_1(k)+a_2y_2(k)$$

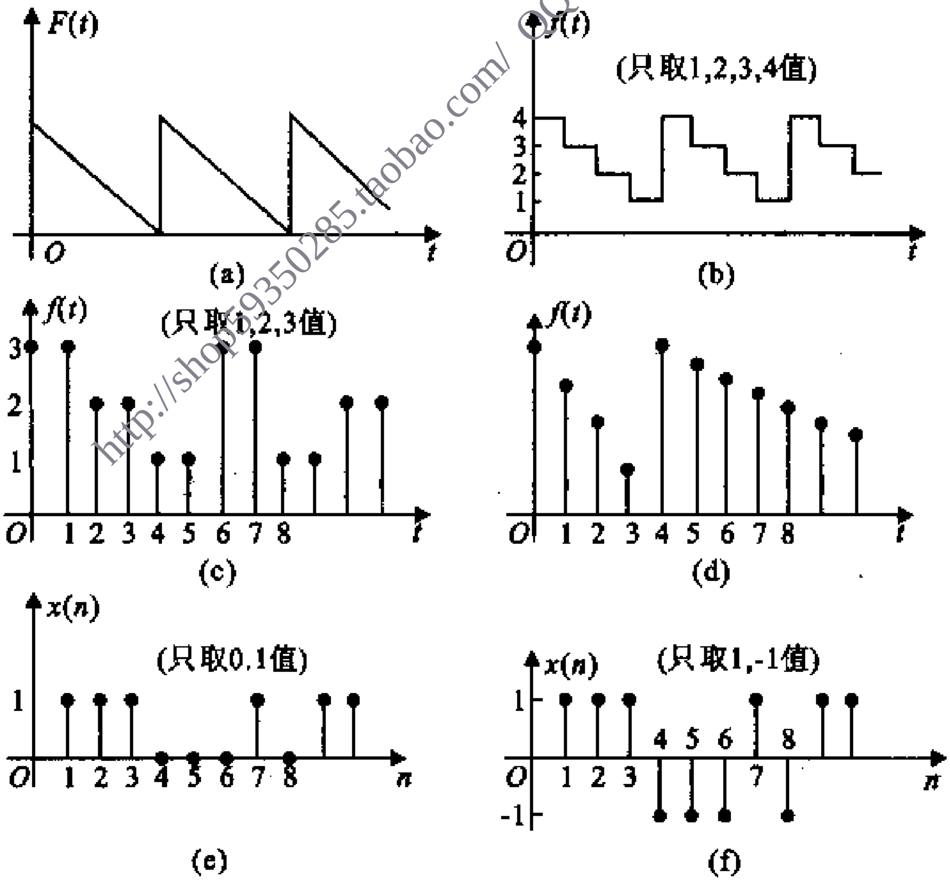
当激励为 $e(k-k_0)$ 时，响应为

$$\sum_{n=-\infty}^{k}e(n-k_0) \neq y(k-k_0) = \sum_{n=-\infty}^{k-k_0}e(n)$$

故激励与响应的关系是线性的、时变的。

1.3 习题详解

1—1 分别判断题图1—1所示各波形是连续时间信号还是离散时间信号，若是离散时间信号是否为数字信号？



题图 1—1

【解】【分析】 根据自变量是否连续,信号可分为连续信号和离散信号。连续时间信号是连续时间变量的函数,离散时间信号是离散时间变量的函数。连续时间信号根据函数值是否连续又可分为模拟信号和量化信号,即自变量和函数值均连续的时间信号称为模拟信号,自变量连续而函数值不连续的时间信号称为量化信号。同样,函数值也是离散的离散时间信号称为数字信号。据此可知:

题图 1－1(a)、(b) 是连续时间信号,其中(b) 又是量化信号,(a) 是模拟信号;(c)、(d)、(e)、(f) 是离散时间信号,其中(c)、(e)、(f) 又是数字信号。

1－2 分别判断下列各函数式属于何种信号?(重复 1－1题所问)

(1)$e^{-at}\sin(\omega t)$; (2)e^{-nT};(3)$\cos(n\pi)$;

(4)$\sin(n\omega_0)$(ω_0 为任意值); (5)$(\frac{1}{2})^n$。

以上各式中 n 为正整数。

【解】 根据1－1 题分析可知:

(1)$e^{-at}\sin(\omega t)$ 是连续时间变量 t 的函数,且函数值也是连续的,故为连续时间信号。

(2)e^{-nT} 中自变量的取值为 $-T$、$-2T$,……,即为离散的,故为离散时间信号。

(3)$\cos(n\pi)$ 中自变量取值为 π,2π,……,函数值为 -1,1,…… 故为数字信号。

(4)$\sin(n\omega_0)$ 和(5)$(\frac{1}{2})^n$ 均为离散时间信号。

1－3 分别求下列各周期信号的周期 T:

(1)$\cos(10t)-\cos(30t)$; (2)e^{j10t}; (3)$[5\sin(8t)]^2$;

(4)$\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n[u(t-nT)-u(t-nT-T)]$($n$ 为正整数)。

【解】 (1)$f_1(t)=\cos(10t)-\cos(30t)$

(2)$f_2(t)=e^{j10t}=\cos(10t)+j\sin(10t)$

(3)$f_3(t)=[5\sin(8t)]^2=25\sin^2(8t)=\frac{25}{2}[1-\cos(16t)]$

$$(4)f_4(t)=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n[u(t-nT)-u(t-nT-T)]$$
$$=[u(t)-u(t-T)]-[u(t-T)-u(t-2T)]+[u(t-2T)-u(t-3T)]\cdots\cdots$$

【分析】 如果包含有 n 个不同频率余弦分量的复合信号是一个周期为 T 的周

期信号，则其周期 T 必为各分量信号周期 $T_i(i=1,2,3,\cdots,n)$ 的整数倍。即有 $T=m_iT_i$ 或 $\omega_i=m_i\omega$。式中 $\omega_i=\frac{2\pi}{T_i}$ 为各余弦分量的角频率，$\omega=\frac{2\pi}{T}$ 为复合信号的基波频率，m_i 为正整数。因此只要能找到 n 个不含整数公因子的正整数 $m_1,m_2,m_3,\cdots,m_n$ 使 $\omega_1:\omega_2:\omega_3:\cdots:\omega_n=m_1:m_2:m_3:\cdots:m_n$ 成立，就可判定该信号为周期信号，其周期为 $T=m_iT_i=m_i\frac{2\pi}{\omega_i}$

据此可知：

(1) 中 $\omega_1=10\ \text{rad/s},\omega_2=30\ \text{rad/s}$

$\omega_1:\omega_2=1:3$，即 $m_1:m_2=1:3$

故 $f_1(t)$ 为周期信号，其周期为 $T=m_1\frac{2\pi}{\omega_1}=m_2\frac{2\pi}{\omega_2}=\frac{\pi}{5}\ (s)$

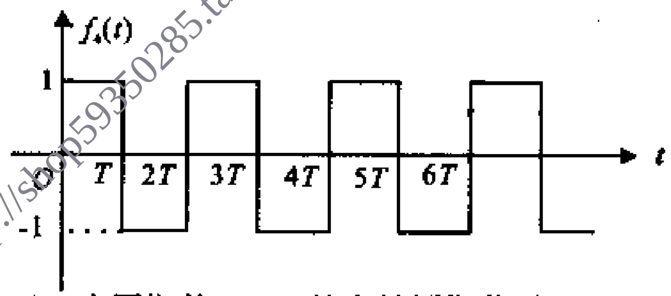
(2) 中 $\omega=10\ \text{rad/s}$

$f_2(t)$ 为周期信号，其周期为 $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{\pi}{5}\ (s)$

(3) 中 $\omega=16\ \text{rad/s}$

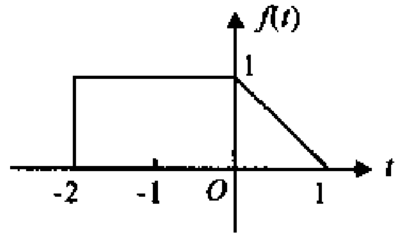
$f_3(t)$ 为周期信号，其周期为 $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{\pi}{8}\ (s)$

(4) $f_4(t)$ 的波形为：



由波形可见 $f_4(t)$ 为周期等于 $2T$ 的有始周期信号。

1－4 已知



题图 1－4

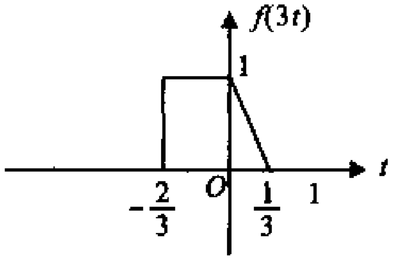
求 $f(-3t-2)$ 的波形。

【解】【分析】 $f(-3t-2)=f[-3(t+\frac{2}{3})]$ 涉及反褶、尺度倍乘和延时三种运算,不管先考虑何种运算都行,但都需要三个步骤。

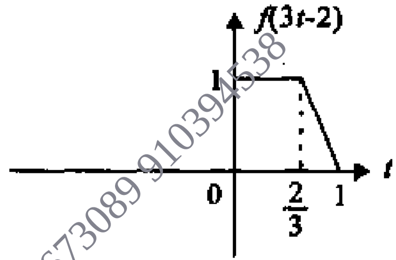
方法一 (1) 首先考虑尺度倍乘,求得 $f(3t)$ 的波形如图(a)

(2) $f(3t-2)=f[3(t-\frac{2}{3})]$

将 $f(3t)$ 延时 $\frac{2}{3}$ 得 $f(3t-2)$ 的波形如图(b)



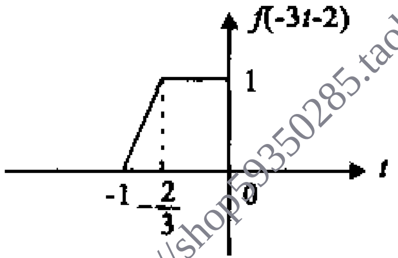
(a)



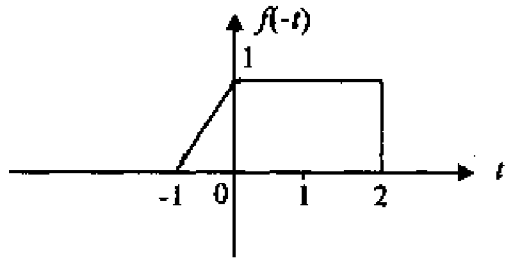
(b)

(3) 将 $f(3t-2)$ 反褶,得 $f(-3t-2)$ 的波形如图(c)

方法二 (1) 首先考虑反褶,得 $f(-t)$ 的波形如图(d)



(c)

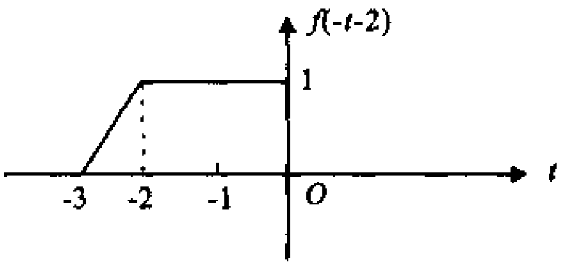


(d)

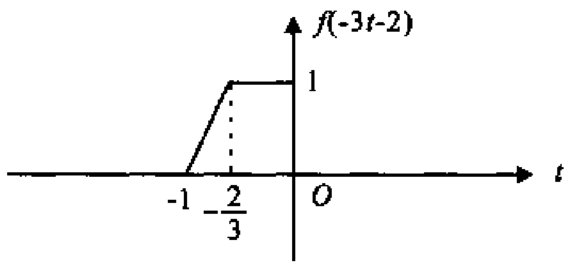
(2) $f(-t-2)=f[-(t+2)]$

将 $f(-t)$ 向左平移 2 得 $f(-t-2)$ 的波形如图(e)

(3) 将 $f(-t-2)$ 作尺度倍乘得 $f(-3t-2)$ 的波形如图(f)



(e)



(f)

1－5 已知 $f(t)$，为求 $f(t_0-at)$ 应按下列哪种运算求得正确结果（式中 t_0，a 都为正值）？

(1) $f(-at)$ 左移 t_0； (2) $f(at)$ 右移 t_0；

(3) $f(at)$ 左移 $\frac{t_0}{a}$； (4) $f(-at)$ 右移 $\frac{t_0}{a}$。

【解】【分析】 $f(t_0-at)=f[-(at-t_0)]=f[-a(t-\frac{t_0}{a})]$

可见 $f(t_0-at)$ 是由 $f(t)$ 进行反褶得到 $f(-t)$，然后进行尺度倍乘得到 $f(-at)$，最后再进行右移 $\frac{t_0}{a}$ 得到的。因此，为求 $f(t_0-at)$ 应按(4)所示运算顺序而求得。故 $f(t_0-at)$ 是由 $f(-at)$ 右移 $\frac{t_0}{a}$ 而得到的。

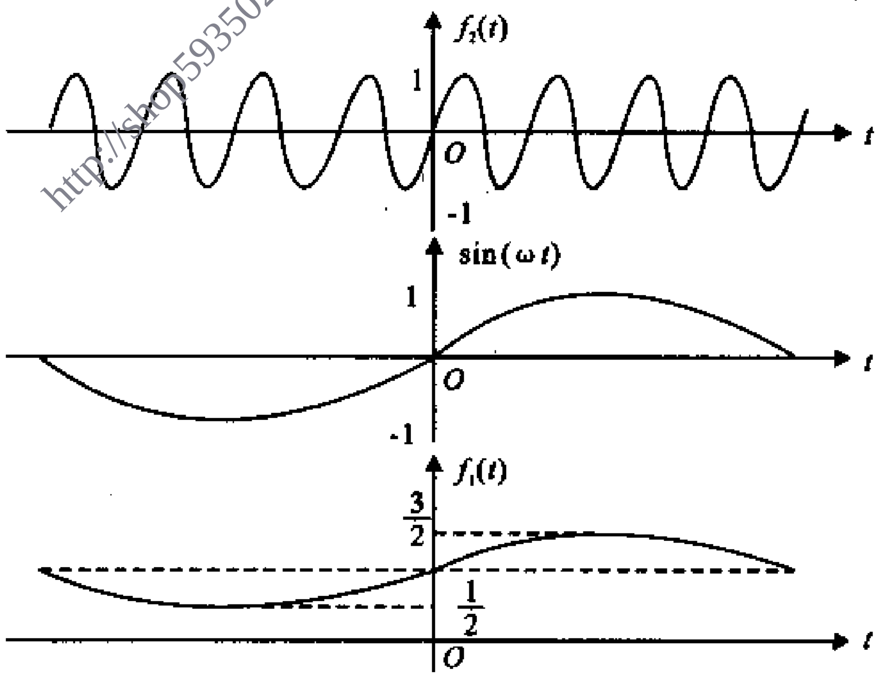
1－6 绘出下列各信号的波形：

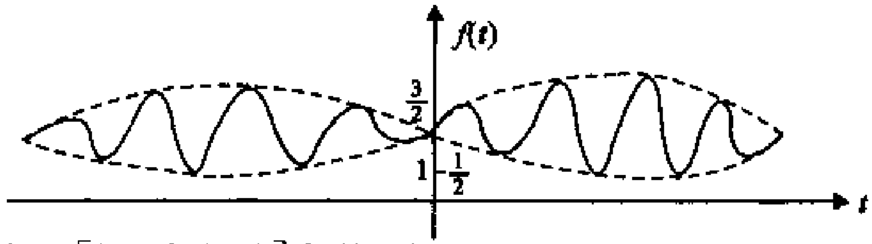
(1) $[1+\frac{1}{2}\sin(\omega t)]\sin(8\omega t)$； (2) $[1+\sin(\omega t)]\sin(8\omega t)$。

【解】

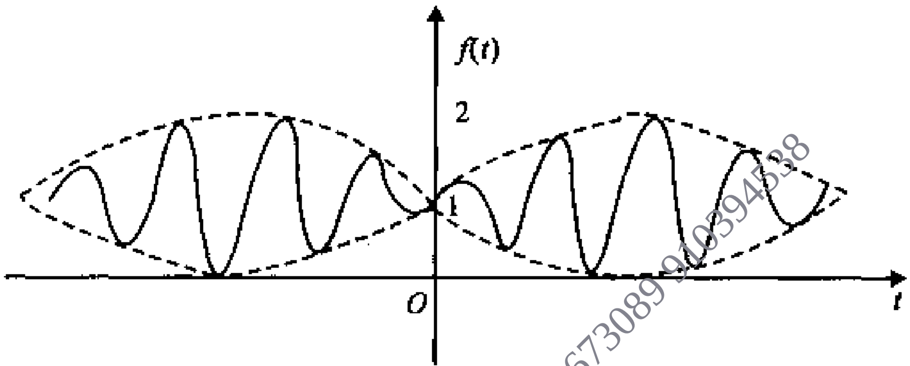
(1) 设 $f_1(t)=1+\frac{1}{2}\sin(\omega t)$，$f_2(t)=\sin(8\omega t)$

则 $f(t)=f_1(t)\cdot f_2(t)$





(2) $f(t)=[1+\sin(\omega t)]\sin(8\omega t)$



1－7　绘出下列各信号的波形：

(1) $[u(t)-u(t-T)]\sin(\frac{4\pi}{T}t)$；

(2) $[u(t)-2u(t-T)+u(t-2T)]\sin(\frac{4\pi}{T}t)$。

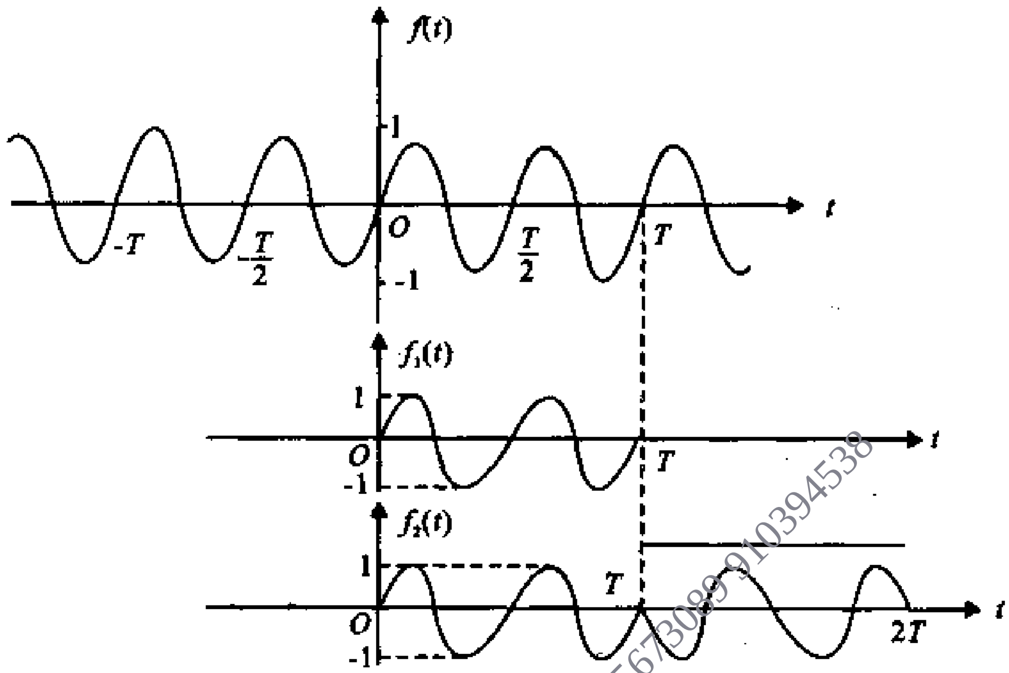
【解】【分析】　设 $\sin(\frac{4\pi}{T}t)=\sin(\omega t)=f(t)$

则　　$\omega=\frac{4\pi}{T}$

$f(t)$ 为周期等于$\frac{2\pi}{\omega}=\frac{T}{2}$ 的周期信号

$$(1)\ f_1(t)=[u(t)-u(t-T)]\sin(\frac{4\pi}{T}t)$$
$$=[u(t)-u(t-T)]f(t)$$

$$(2)\ f_2(t)=[u(t)-2u(t-T)+u(t-2T)]\sin(\frac{4\pi}{T}t)$$
$$=\{[u(t)-u(t-T)]-[u(t-T)-u(t-2T)]\}f(t)$$



1－8　试将描述图 1－15 波形的表达式(1－16)和(1－17)改用阶跃信号表示。

【解】　在图 1－15 中

$$f(t)=\begin{cases}e^{-at},(\text{当 } 0<t<t_0)\\ e^{-at}-e^{-a(t-t_0)},\text{当}(t_0\leqslant t<\infty)\end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\mathrm{d}\tau=\begin{cases}\dfrac{1}{a}(1-e^{-at}),(\text{当 } 0<t<t_0)\\ \dfrac{1}{a}(1-e^{-at})-\dfrac{1}{a}[1-e^{-a(t-t_0)}],(\text{当 } t_0\leqslant t<\infty)\end{cases}$$

改用阶跃信号表示为

$$\begin{aligned}f(t)&=e^{-at}[u(t)-u(t-t_0)]+[e^{-at}-e^{-a(t-t_0)}]u(t-t_0)\\&=e^{-at}u(t)-e^{-at}u(t-t_0)+e^{-at}u(t-t_0)-e^{-a(t-t_0)}u(t-t_0)\\&=e^{-at}u(t)-e^{-a(t-t_0)}u(t-t_0)\end{aligned}$$

及

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\mathrm{d}\tau&=\frac{1}{a}(1-e^{-at})[u(t)-u(t-t_0)]\\&\quad+\{\frac{1}{a}(1-e^{-at})-\frac{1}{a}[1-e^{-a(t-t_0)}]\}u(t-t_0)\\&=\frac{1}{a}(1-e^{-at})u(t)-\frac{1}{a}(1-e^{-at})u(t-t_0)\\&\quad+\frac{1}{a}(1-e^{-at})u(t-t_0)-\frac{1}{a}[1-e^{-a(t-t_0)}]u(t-t_0)\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{a}(1-e^{-at})u(t) - \frac{1}{a}[1-e^{-a(t-t_0)}]u(t-t_0)$$

1－9　粗略绘出下列各函数的波形图：

(1)$f(t) = (2-e^{-t})u(t)$；

(2)$f(t) = (3e^{-t}+6e^{-2t})u(t)$；

(3)$f(t) = (5e^{-t}-5e^{-3t})u(t)$；

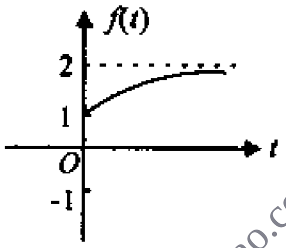
(4)$f(t) = e^{-t}\cos(10\pi t)[u(t-1)-u(t-2)]$。

【解】

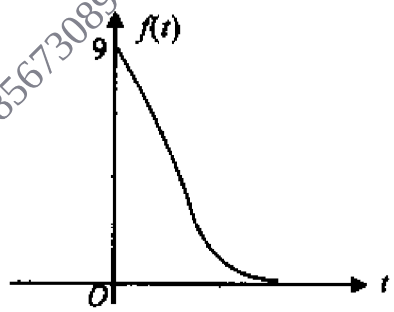
(1)$f(t) = (2-e^{-t})u(t) = 2u(t)-e^{-t}u(t)$，波形图如图(a)。

(2)$f(t) = (3e^{-t}+6e^{-2t})u(t) = 3e^{-t}u(t)+6e^{-2t}u(2t) = f_1(t)+2f_1(2t)$，

其中　　$f_1(t) = 3e^{-t}u(t)$，波形如图(b)。



(a)



(b)

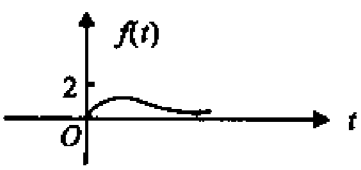
(3)$f(t) = (5e^{-t}-5e^{-3t})u(t) = 5e^{-t}u(t)-5e^{-3t}u(3t) = f_1(t)-f_1(3t)$，

其中　　$f_1(t) = 5e^{-t}u(t)$，波形如图(c)。

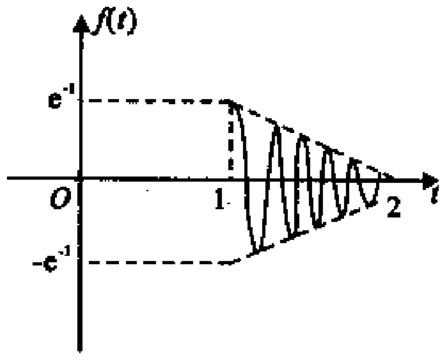
(4)$f(t) = e^{-t}\cos(10\pi t)[u(t-1)-u(t-2)] = e^{-t}f_1(t)f_2(t)$

其中　　$f_1(t) = \cos(10\pi t) = \cos(\omega t)$，$\omega = 10\pi$，$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{5}$

$f_2(t) = [u(t-1)-u(t-2)]$，波形如图(d)。

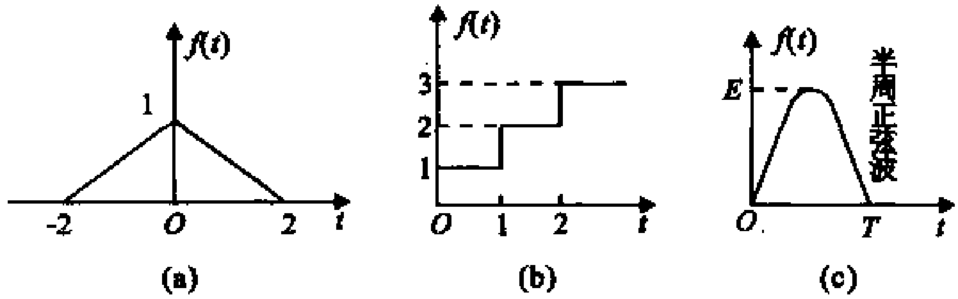


(c)



(d)

1－10 写出题图 1－10(a)、(b)、(c) 所示各波形的函数式。



题图 1－10

【解】

(a) $f(t) = \frac{1}{2}(t+2)[u(t+2) - u(t)] - \frac{1}{2}(t-2)[u(t) - u(t-2)]$

(b) $f(t) = u(t) - u(t-1) + 2[u(t-1) - u(t-2)] + 3u(t-2)$

$\quad\quad = u(t) + u(t-1) + u(t-2)$

(c) $f(t) = E\sin(\frac{2\pi}{2T}t)[u(t) - u(t-T)] = E\sin(\frac{\pi}{T}t)[u(t) - u(t-T)]$

1－11 绘出下列各时间函数的波形图：

(1) $te^{-t}u(t)$；

(2) $e^{-(t-1)}[u(t-1) - u(t-2)]$；

(3) $[1+\cos(\pi t)][u(t) - u(t-2)]$；

(4) $u(t) - 2u(t-1) + u(t-2)$；

(5) $\dfrac{\sin[a(t-t_0)]}{a(t-t_0)}$；

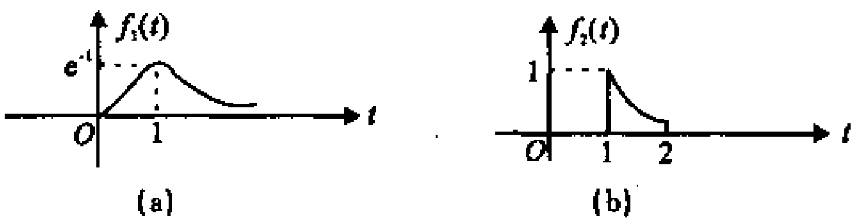
(6) $\dfrac{d}{dt}[e^{-t}\sin t\, u(t)]$

【解】

(1) $f_1(t) = te^{-t}u(t)$，波形如图(a)。

(2) $f_2(t) = e^{-(t-1)}[u(t-1) - u(t-2)]$

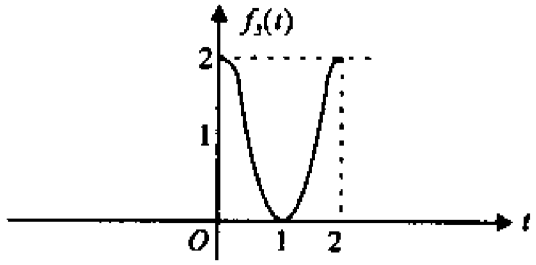
$\quad\quad = e^{-(t-1)}u(t-1) - e^{-1}e^{-(t-2)}u(t-2)$，波形如图(b)



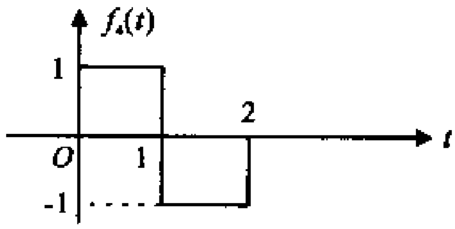
(3) $f_3(t) = [1+\cos(\pi t)][u(t)-u(t-2)]$,波形如图(c)

(4) $f_4(t) = u(t) - 2u(t-1) + u(t-2)$

$= [u(t) - (t-1)] - [u(t-1) - u(t-2)]$,波形如图(d)



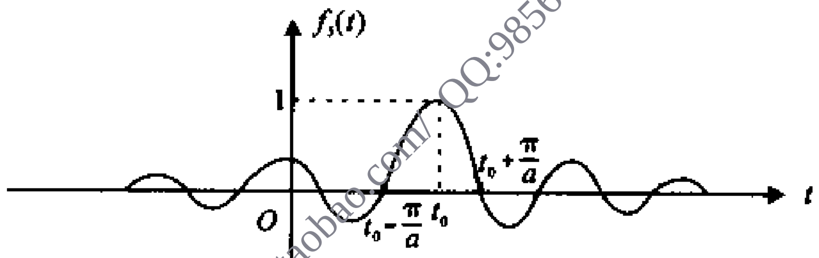
(c)



(d)

(5) $f_5(t) = \dfrac{\sin[a(t-t_0)]}{a(t-t_0)} = f[a(t-t_0)]$

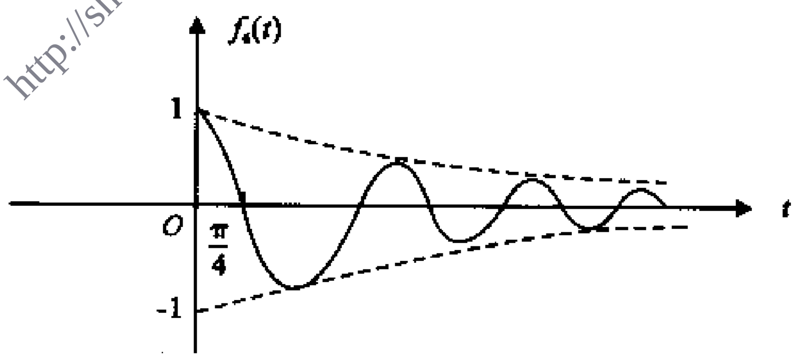
$f_5(t)$ 是由 $f(t) = \dfrac{\sin t}{t}$ 经右移 t_0 后再进行尺度相乘得到的,如图(e)。



(e)

(6) $f_6(t) = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[e^{-t}\sin t u(t)] = e^{-t}(\cos t - \sin t)u(t) = -\sqrt{2}e^{-t}\sin(t-\dfrac{\pi}{4})u(t)$

波形如图(f)。



(f)

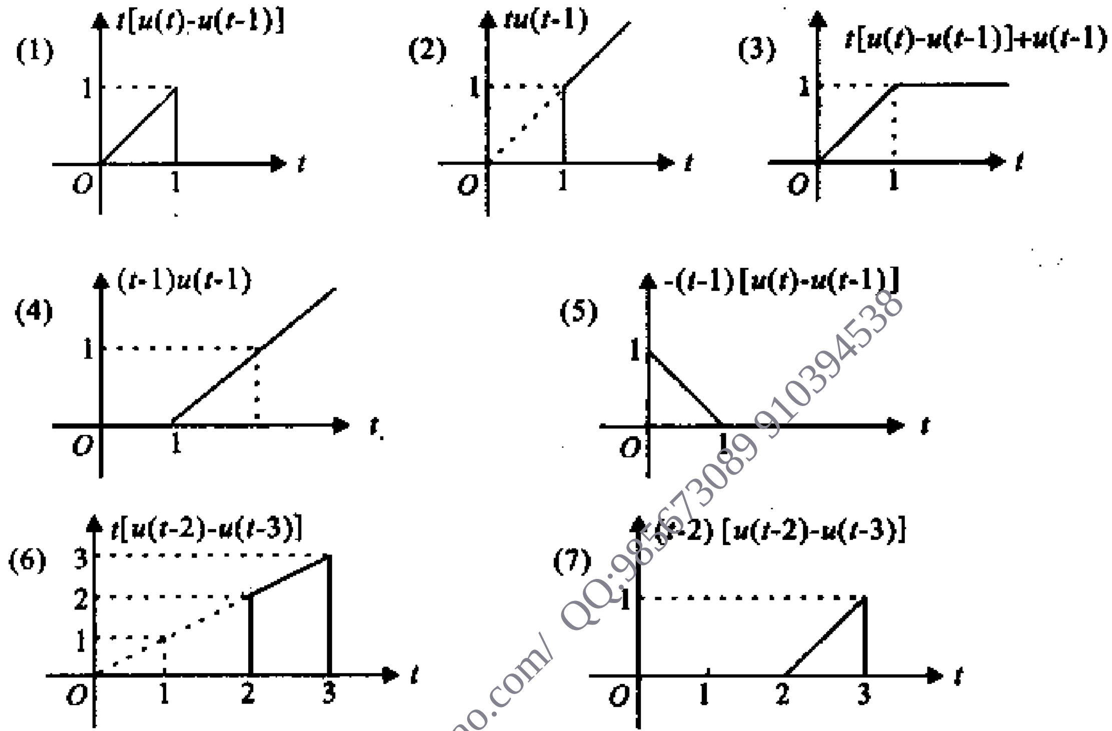
1-12 绘出下列各时间函数的波形图,注意它们的区别:

(1) $t[u(t)-u(t-1)]$; (2) $t\cdot u(t-1)$; (3) $t[u(t)-u(t-1)]+u(t-1)$;

(4) $(t-1)u(t-1)$； (5) $-(t-1)[u(t)-u(t-1)]$；

(6) $t[u(t-2)-u(t-3)]$； (7) $(t-2)[u(t-2)-u(t-3)]$；

【解】



1－13 绘出下列各时间函数的波形图，注意它们的区别：

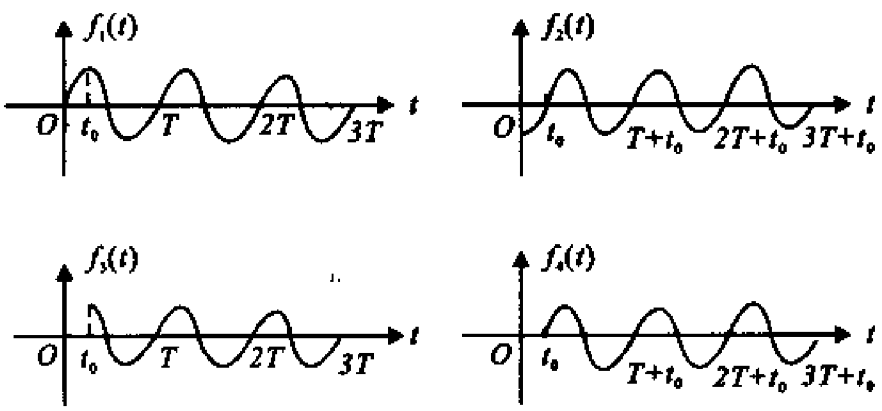
(1) $f_1(t)=\sin(\omega t)\cdot u(t)$；

(2) $f_2(t)=\sin[\omega(t-t_0)]\cdot u(t)$；

(3) $f_3(t)=\sin(\omega t)\cdot u(t-t_0)$；

(4) $f_4(t)=\sin[\omega(t-t_0)]\cdot u(t-t_0)$。

【解】 各波形如下图所示。



1－14 应用冲激信号的抽样特性，求下列表示式的函数值：

(1) $\int_{-\infty}^{\infty} f(t-t_0)\delta(t)\mathrm{d}t$；

(2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(t_0-t)\delta(t)\mathrm{d}t$；

(3) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)u(t-\frac{t_0}{2})\mathrm{d}t$；

(4) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)u(t-2t_0)\mathrm{d}t$；

(5) $\int_{-\infty}^{\infty} (\mathrm{e}^{-t}+t)\delta(t+2)\mathrm{d}t$；

(6) $\int_{-\infty}^{\infty} (t+\sin t)\delta(t-\frac{\pi}{6})\mathrm{d}t$；

(7) $\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-j\omega t}[\delta(t)-\delta(t-t_0)]\mathrm{d}t$

【解】

(1)
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t-t_0)\delta(t)\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty} f(0-t_0)\delta(t)\mathrm{d}t = f(-t_0)\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t = f(-t_0)$$

(2)
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t_0-t)\delta(t)\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty} f(t_0-0)\ \delta(t)\mathrm{d}t = f(t_0)$$

(3)
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)u(t-\frac{t_0}{2})\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)u(t_0-\frac{t_0}{2})\mathrm{d}t = u(\frac{t_0}{2})\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)\mathrm{d}t = u(\frac{t_0}{2}) = \begin{cases}1, & t_0>0\\ 0, & t_0<0\end{cases}$$

(4)
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)u(t-2t_0)\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)u(t_0-2t_0)\mathrm{d}t = u(-t_0)\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)\mathrm{d}t = u(-t_0) = \begin{cases}0, & t_0>0\\ 1, & t_0<0\end{cases}$$

(5)
$$\int_{-\infty}^{\infty} (\mathrm{e}^{-t}+t)\delta(t+2)\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty}[\mathrm{e}^{-(-2)}-2]\delta(t+2)\mathrm{d}t = (\mathrm{e}^2-2)\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t+2)\mathrm{d}t = \mathrm{e}^2-2$$

(6)
$$\int_{-\infty}^{\infty} (t+\sin t)\delta(t-\frac{\pi}{6})\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{6}\right)\delta\left(t-\frac{\pi}{6}\right)\mathrm{d}t = \left(\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{6}\right)\int_{-\infty}^{\infty}\delta\left(t-\frac{\pi}{6}\right)\mathrm{d}t = \frac{\pi}{6}+\frac{1}{2}$$

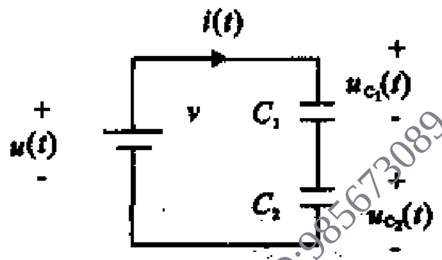
$$(7)\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}[\delta(t)-\delta(t-t_0)]\mathrm{d}t$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\delta(t)\mathrm{d}t-\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\delta(t-t_0)\mathrm{d}t$$

$$=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega 0}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t_0}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t_0}$$

1－15　电容 C_1 与 C_2 串联，以阶跃电压源 $u(t)=E_{\circ}u(t)$ 串联接入，试分别写出回路中的电流 $i(t)$ 和每个电容两端电压 $u_{C_1}(t)$、$u_{C_2}(t)$ 的表示式。

【解】　由题意画出如下所示的电路图。



据 KVL，有

$$u_{C_1}(t)+u_{C_2}(t)=u(t)=E(ut)\qquad(1)$$

又

$$i(t)=C_1\frac{\mathrm{d}u_{C_1}(t)}{\mathrm{d}t}=C_2\frac{\mathrm{d}u_{C_2}(t)}{\mathrm{d}t}\qquad(2)$$

式(1)两边微分，有

$$\frac{\mathrm{d}u_{C_1}(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}u_{C_2}(t)}{\mathrm{d}t}=E\delta(t)\qquad(3)$$

由(2)式得

$$\frac{\mathrm{d}u_{C_2}(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{C_1}{C_2}\frac{\mathrm{d}u_{C_1}(t)}{\mathrm{d}t}\qquad(4)$$

(4)式代入(3)式得

$$\frac{\mathrm{d}u_{C1}(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{C_1}{C_2}\frac{\mathrm{d}u_{C1}(t)}{\mathrm{d}t}=E\delta(t)$$

$$\frac{\mathrm{d}u_{C_1}(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{EC_2}{C_1+C_2}\delta(t)\qquad(5)$$

对(5)式两边积分得

$$u_{C_1}(t)=\frac{EC_2}{C_1+C_2}u(t)\qquad(6)$$

(6)式代入(1)式得

$$\frac{EC_2}{C_1+C_2}u(t)+u_{C_2}(t)=Eu(t)$$

$$u_{C_2}(t)=\frac{EC_1}{C_1+C_2}u(t)$$

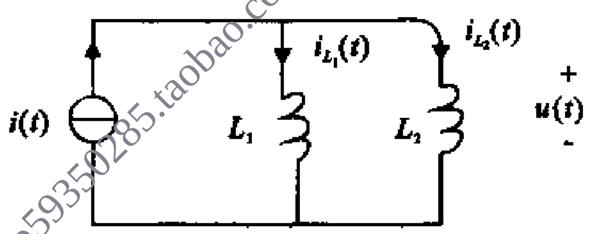
(5) 式代入(2) 式得

$$i(t)=C_1\frac{\mathrm{d}u_{C_1}(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{EC_1C_2}{C_1+C_2}\delta(t)$$

即
$$\begin{cases} i(t)=\dfrac{EC_1C_2}{C_1+C_2}\delta(t) \\ u_{C_1}(t)=\dfrac{EC_2}{C_1+C_2}u(t) \\ u_{C_2}(t)=\dfrac{EC_1}{C_1+C_2}u(t) \end{cases}$$ 为所求。

1－16 电感 L_1 与 L_2 并联，以阶跃电流源 $i(t)=Iu(t)$ 并联接入，试分别写出电感两端电压 $v(t)$ 和每个电感支路电流 $i_{L_1}(t)$、$i_{L_2}(t)$ 的表示式。

【解】 据题意画出如下所示的电路图。



据 KCV，有

$$i_{L_1}(t)+i_{L_2}(t)=i(t)=Iu(t) \qquad (1)$$

又
$$v(t)=L_1\frac{\mathrm{d}i_{L_1}(t)}{\mathrm{d}t}=L_2\frac{\mathrm{d}i_{L_2}(t)}{\mathrm{d}t} \qquad (2)$$

式(1) 两边微分得

$$\frac{\mathrm{d}i_{L_1}(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}i_{L_2}(t)}{\mathrm{d}t}=I\delta(t) \qquad (3)$$

由(2) 式得

$$\frac{\mathrm{d}i_{L_1}(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{L_2}{L_1}\frac{\mathrm{d}i_{L_2}(t)}{\mathrm{d}t} \qquad (4)$$

(4) 式代入(3) 式得

$$\frac{L_2}{L_1}\frac{\mathrm{d}i_{L_2}(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}i_{L_2}(t)}{\mathrm{d}t}=I\delta(t)$$

$$\frac{\mathrm{d}i_{L_2}(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{IL_1}{L_1+L_2}\delta(t) \tag{5}$$

(5) 式两边积分得

$$i_{L_2}(t)=\frac{IL_1}{L_1+L_2}u(t) \tag{6}$$

(6) 式代入(1) 式得

$$i_{L_1}(t)+\frac{IL_1}{L_1+L_2}u(t)=Iu(t)$$

$$i_{L_1}(t)=\frac{IL_2}{L_1+L_2}u(t)$$

(5) 式代入(2) 式得

$$v(t)=L_2\frac{\mathrm{d}i_{L_2}(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{IL_1L_2}{L_1+L_2}\delta(t)$$

即 $\begin{cases} v(t)=\dfrac{IL_1L_2}{L_1+L_2}\delta(t) \\ i_{L_1}(t)=\dfrac{IL_2}{L_1+L_2}u(t) \\ i_{L_2}(t)=\dfrac{IL_1}{L_1+L_2}u(t) \end{cases}$ 为所求。

1－17 分别指出下列各波形的直流分量等于多少?

(1) 全波整流 $f(t)=|\sin(\omega t)|$;　　(2) $f(t)=\sin^2(\omega t)$;

(3) $f(t)=\cos(\omega t)+\sin(\omega t)$;　　(4) 升余弦 $f(t)=K[1+\cos(\omega t)]$。

【解】【分析】 周期信号可用傅氏级数展开为

$$f(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos(n\omega t)+\sum_{n=1}^{\infty}b_n\sin(n\omega t)$$

其中$\frac{a_0}{2}$ 就是该信号的直流分量,而且$\frac{a_0}{2}=\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}f(t)\mathrm{d}t$

(1) $f(t)=|\sin(\omega t)|,\omega=\frac{2\pi}{T}$

$$\frac{a_0}{2}=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|\sin(\omega t)|\mathrm{d}t=\frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\mathrm{d}t=\frac{2}{\pi}$$

(2) $f(t)=\sin^2(\omega t)=\frac{1-\cos(2\omega t)}{2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos(2\omega t)$

$$\frac{a_0}{2}=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\sin^2(\omega t)\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos(2\omega t)\right]\mathrm{d}t=\frac{1}{2}$$

(3) $f(t)=\cos(\omega t)+\sin(\omega t)=\sqrt{2}\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{4}\right)$

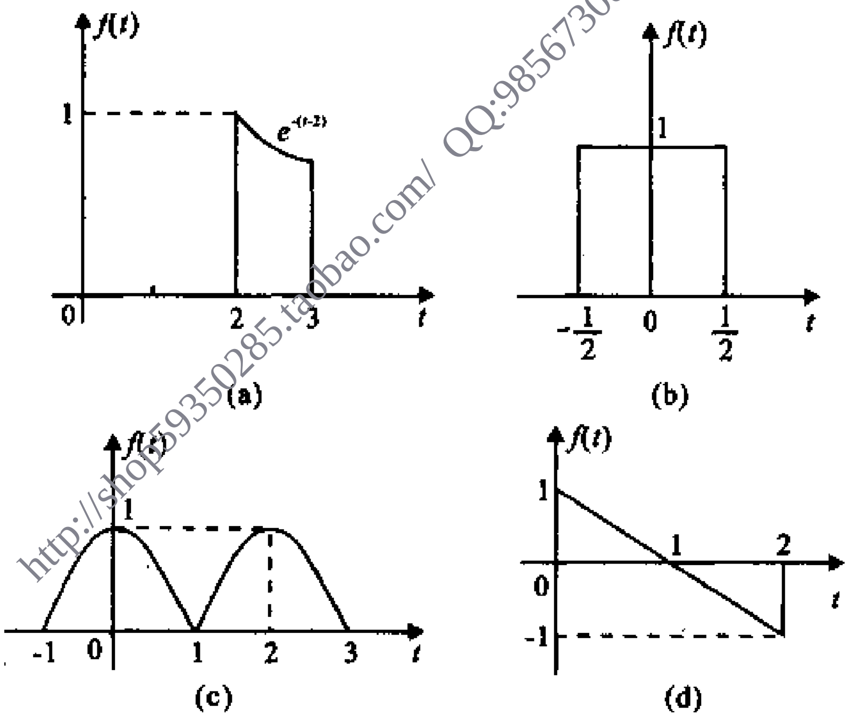
$$\frac{a_0}{2}=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}[\cos(\omega t)+\sin(\omega t)]\mathrm{d}t=\frac{\sqrt{2}}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{4}\right)\mathrm{d}t=0$$

(4) $f(t)=K[1+\cos(\omega t)]$

$$\frac{a_0}{2}=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}K[1+\cos(\omega t)]\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}K\mathrm{d}t+\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}K\cos(\omega t)\mathrm{d}t$$

$$=\frac{K}{T}\left[\frac{T}{2}-\left(-\frac{T}{2}\right)\right]=K$$

1－18 粗略绘出题图 1－18 所示各波形的偶分量和奇分量。



题图 1－18

【解】【分析】 设 $f_{od}(t)$ 表示 $f(t)$ 的奇分量，$f_{ev}(t)$ 表示 $f(t)$ 的偶分量

即 $$f(t)=f_{od}(t)+f_{ev}(t) \qquad (1)$$

则 $$f(-t)=f_{od}(-t)+f_{ev}(-t)=-f_{od}(t)+f_{ev}(t) \qquad (2)$$

(1)＋(2) 得

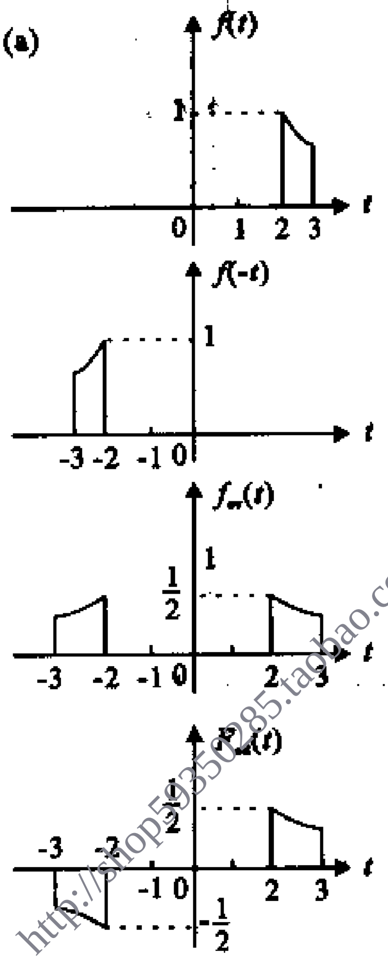
$$f(t)+f(-t)=2f_{ev}(t)$$

(1)－(2) 得

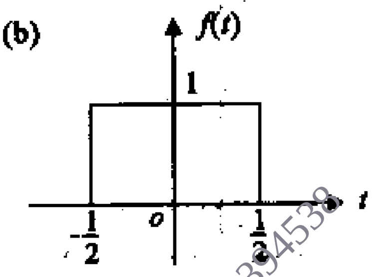
$$f(t) - f(-t) = 2f_{od}(t)$$

即
$$\begin{cases} f_{od}(t) = \dfrac{f(t) - f(-t)}{2} \\ f_{ev}(t) = \dfrac{f(t) + f(-t)}{2} \end{cases}$$

(a)



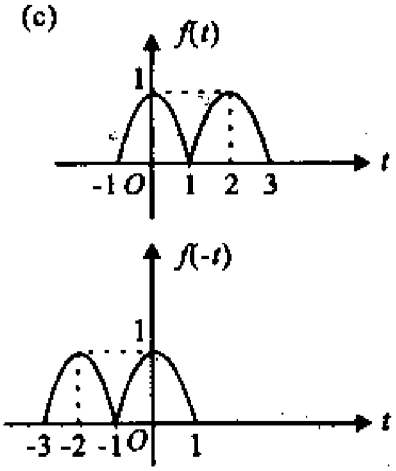
(b)



由于 $f(t)=f(-t)=f_{ev}(t)$

故 $f_{od}(t)=0$

(c)



(d)