

中国科学技术大学

2013 年硕士学位研究生入学考试试题参考答案

(信号与系统)

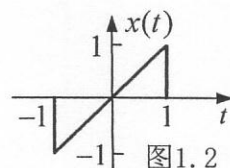
一、计算题 (1~5 题每题 6 分, 6~10 题每题 10 分, 共 80 分)

1. 对于以输入输出关系 $y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau+2)d\tau$ 描述的系统, 判断系统的记忆性、

线性、时不变性、因果性、稳定性以及是否具有可逆性 (无需说明理由)。

解: 系统是有记忆的; 具有线性; 不具有时不变性; 不具有因果性; 不具有稳定性; 系统具有可逆性。(每个判断 1 分, 共 6 分)

2. 信号 $x(t)$ 如图 1.2 所示, 试求信号 $x(t)$ 的傅里叶变换。



解: $x'(t) = -\delta(t+1) + u(t+1) - u(t-1) - \delta(t-1)$

$$x''(t) = -\delta'(t+1) + \delta(t+1) - \delta(t-1) - \delta'(t-1)$$

$$x''(t) \xrightarrow{CFT} X_2(\omega) = -j\omega e^{j\omega} + e^{j\omega} - e^{-j\omega} - j\omega e^{-j\omega}$$

$$x'(t) \xrightarrow{CFT} X_1(\omega) = (-j\omega e^{j\omega} + e^{j\omega} - e^{-j\omega} - j\omega e^{-j\omega}) / (j\omega) + \pi X_2(0)\delta(\omega)$$

$$X_2(0) = 0, \text{ 所以 } X_1(\omega) = -e^{j\omega} - e^{-j\omega} + (e^{j\omega} - e^{-j\omega}) / (j\omega) = -2\cos\omega + 2\sin\omega/\omega$$

$$x(t) \xrightarrow{CFT} X(\omega) = X_1(\omega) / (j\omega) + \pi X_1(0)\delta(\omega), \text{ 由于 } X_1(0) = 0, \text{ 所以:}$$

$$X(\omega) = (-e^{j\omega} - e^{-j\omega}) / (j\omega) + (e^{j\omega} - e^{-j\omega}) / (j\omega)^2 = 2j\cos\omega/\omega - 2j\sin\omega/\omega^2 \quad (6 \text{ 分})$$

3. 已知像函数及其收敛域为 $X(s) = \frac{s^3 e^{-s}}{s^2 + s + 1}, \text{Re}\{s\} > -\frac{1}{2}$, 试求其反变换。

解: 首先考虑求 $X_1(s) = s^3 / (s^2 + s + 1), \text{Re}\{s\} > -0.5$ 的反变换, 则

$$X_1(s) = s - 1 + \frac{1}{s^2 + s + 1} = s - 1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}/2}{(s+1/2)^2 + (\sqrt{3}/2)^2}$$

考虑其收敛域, 它的反变换为: $x_1(t) = \delta'(t) - \delta(t) + \frac{2}{\sqrt{3}} \sin(\frac{\sqrt{3}}{2}t) e^{\frac{1}{2}t} u(t)$

再利用 Laplace 变换的时移性质可得 $X(s)$ 的反变换为:

$$x(t) = \delta'(t-1) - \delta(t-1) + \frac{2}{\sqrt{3}} \sin[\frac{\sqrt{3}}{2}(t-1)] e^{\frac{1}{2}(t-1)} u(t-1) \quad (6 \text{ 分})$$

考试科目: 信号与系统

第 1 页 共 10 页