



中国科学院—中国科学技术大学

2006 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

* 说明：全部答题包括填空、选择题必须答在考点下发的答题纸上，否则，一律无效。

试题名称：

线性代数与解析几何

1. (每问 8 分，共 40 分) 下面命题是否成立？并简要说明理由。
- (1) 在欧氏空间 R^3 中，向量 $a \times b, b \times c, c \times a$ 共面当且仅当 a, b, c 共面。
- (2) 存在实方阵 A 满足 $A^2 = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 。
- (3) 设 A 和 B 为数域 F 上 $m \times n$ 阶非零矩阵，且满足 $A'B = 0$ ，则 A 的行向量线性相关且 B 的行向量线性相关。
- (4) 设 A 为数域 F 上 n 阶方阵， b 为线性空间 F^n 中非零向量，则 $\{x \in F^n \mid Ax = b\}$ 为 F^n 的一个 $n - \text{rank } A$ 维子空间。
- (5) 设 n 阶实对称方阵 A 和 B 都是正定的，则 AB 也是正定的。
2. (10 分) 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知四面体的四个顶点为 $A(1,1,1)$ ， $B(3,4,4)$ ， $C(3,5,5)$ ， $D(2,4,7)$ 。求该四面体的体积。
3. (16 分) 求经过直线 $\begin{cases} 2x - y + z - 4 = 0 \\ x + 2y - z + 3 = 0 \end{cases}$ 且与直线 $x - 1 = 2y = z + 1$ 平行的平面的方程。
4. (16 分) 设 n 阶实方阵 $A_n = \begin{pmatrix} 2 & -1 & & 0 \\ -1 & 2 & & \\ & & \ddots & -1 \\ 0 & & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 。求 $\det A_n$ 和 A_n^{-1} 。