

中国科学技术大学

2014 年硕士学位研究生入学考试试题参考答案

(量子力学)

1 解:

系统归一的能量本征态波函数为

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a}, n=1, 2, 3, \dots$$

相应能量为

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2\mu a^2} n^2$$

(a) 系统的一般解为

$$\psi(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{-iE_n t/\hbar} \psi_n(x)$$

由题给条件知

$$|c_1|^2 = \frac{1}{2}, |c_2|^2 = \frac{1}{2}, |c_m|^2 = 0, m > 2$$

于是准确到一个整体相因子， t 时刻系统的波函数为

$$\psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-iE_1 t/\hbar} \psi_1(x) + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-iE_2 t/\hbar} e^{i\theta} \psi_2(x)$$

其中 θ 为实数。

(b) 开始时粒子的平均位置在

$$\bar{x} = \int_0^a dx \psi^*(x, 0) x \psi(x, 0) = \frac{a}{2} - \frac{16a}{9\pi^2} \cos \theta$$

由题给条件，知 $\cos \theta = -1$ ，故得开始时系统的波函数为

$$\psi(x, 0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_1(x) - \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_2(x)$$