

中国科学技术大学

2013 年硕士学位研究生入学考试试题参考答案

(量子力学)

(共 9 题, 150 分)

1 (15 分) 解:

系统能量本征态及相应能级为

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a}; \quad E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2\mu a^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

按题意, 开始时刻系统波函数为

$$\begin{aligned} \psi(x, 0) &= \alpha\psi_1(x) + \beta\psi_2(x) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 + e^{i\gamma}\psi_2) \end{aligned}$$

其中 γ 为实常数. t 时刻系统归一的波函数为

$$\psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-iE_1 t/\hbar}\psi_1 + e^{i\gamma}e^{-iE_2 t/\hbar}\psi_2)$$

(a) 定态系统能量不随时间变化, 故知 t 时刻能量平均值为

$$\bar{E}(t) = \bar{E}(0) = \frac{1}{2}E_1 + \frac{1}{2}E_2 = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{4\mu a^2}$$

(b) 按概率解释, t 时刻在 $x = a/2$ 处发现粒子的概率密度为

$$\begin{aligned} P(x = a/2, t) &= |\psi(x = a/2, t)|^2 \\ &= \left| \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-iE_1 t/\hbar}\psi_1(x = a/2) + e^{i\gamma}e^{-iE_2 t/\hbar}\psi_2(x = a/2)) \right|^2 \end{aligned}$$